

Astronomia sferyczna

Wykład 8: RUCHY ZIEMI

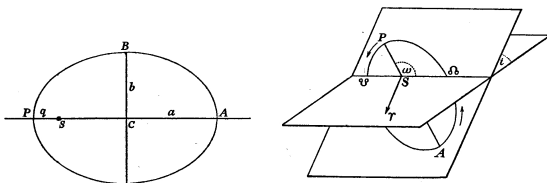
Tadeusz Jan Jopek

Observatorium Astronomiczne, UAM

Semestr II
(Uaktualniono 2015.04.25)

- 1 Ruch orbitalny Ziemi
 - Ruch orbitalny Ziemi i Księżyca
- 2 Ruch wirowy Ziemi
 - Ruch wirowy bryły Ziemi
 - Elipsoida bezwładności, elipsoida figury
- 3 Równania Eulera
 - Równania Eulera
 - Wektor momentu sił \mathbf{M}
 - Rozwiązania równań Eulera
- 4 Wektor ruchu wirowego
 - Bieguny, równik świata ...
- 5 Precesja i nutacja
 - Ruch regularny i nieregularny

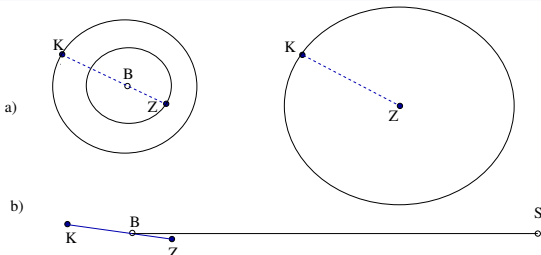
Elementy orbity



Elementy orbity keplerowskiej: a – półos wielka, b – półos mała, q – odległość perihelium, ω – argument perihelium, Ω – długość węzła wstępującego oraz i – nachylenie. a, b, q – określają rozmiary orbity, kąt ω, Ω, i – ustalają jej orientację w przestrzeni.

Kształt orbity definiuje mimośród $e = \sqrt{1 - b^2/a^2}$.

Ruch barycentryczny i ruch względny (2)



Płaszczyzna barycentrycznej orbity Ziemi i Księżyca nie pokrywa się z płaszczyzną ruchu barycentrum B wokół Słońca (rysunek b). Dlatego Ziemia poruszając się wokół barycentrum B , okresowo przemieszcza się względem płaszczyzny jego orbity okołosłonecznej. Ruch ten wnosi w obserwowany z Ziemi ruch Słońca okresową składową zwaną **nierównością księżycową**.

Część I

Ruchy Ziemi: obiegowy i wirowy

Ruch obiegowy Ziemi i Księżyca (1)

Ziemia wraz z Księżycem poruszają się w grawitacyjnym polu Słońca i pozostałych masywnych ciał Układu Słonecznego.

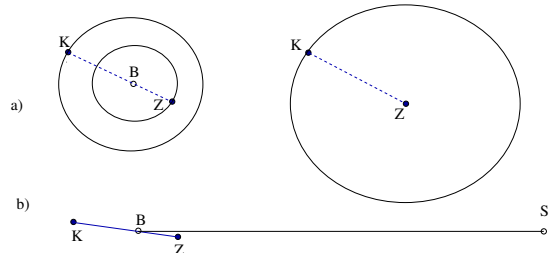
Wpływ Słońca jest dominujący, wpływ pozostałych planet ma charakter niewielkich zaburzeń.

W teorii ruchu Ziemi i Księżyca ich liniowe rozmiary najczęściej są pomijane. Bywa nawet tak, że ruch tych ciał utożsamiany jest z ruchem ich środka masy, barycentrum Ziemi i Księżyca (BZK).

Jeśli zaniedbamy oddziaływania planet to ruch barycentrum Ziemi i Księżyca względem Słońca podlega prawom Keplera, czyli trajektoria ruchu jest elipsą opisaną pięcioma parametrami: e – mimośród, q – odległość perihelium, ω – argument perihelium, Ω – długość węzła wstępującego oraz nachylenie i .

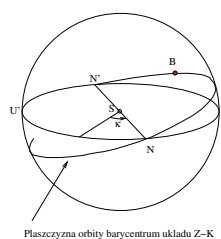
Gdy uwzględnimy oddziaływania planet okaże się, że planety "spychają" barycentrum z orbity keplerowskiej.

Ruch barycentryczny i ruch względny (1)



Ruch obiegowy Ziemi i Księżyca wokół barycentrum B jak i ruch względny Księżyca wokół Ziemi, odbywa się z okresem 27.3 doby. Płaszczyzny obu ruchów są takie same.

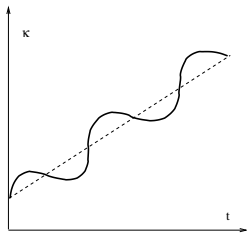
Perturbacje płaszczyzny zawierającej barycentrum Z-K



Barycentrum B układu Ziemia-Księżyc porusza się w płaszczyźnie przecinającej płaszczyznę odniesienia wzdłuż linii węzłów NN' , oddaloną o kąt κ od pewnego nieruchomego początku. W ruchu keplerowskim (tylko 2 ciała) położenie tej płaszczyzny byłoby niezmiennie.

Grawitacyjne zaburzenia od planet ujawniają się przede wszystkim w ciągłym obrocie płaszczyzny orbity barycentrum B . Wielkość tego obrotu można mierzyć za pomocą zmian w czasie kąta κ .

Płaszczyzna ekliptyki



Zmiany kąta κ mogą przebiegać tak jak na rysunku obok. Linia ciągła wskazuje na okresowe wahania w tempie zmian kąta κ . Linia przerywana opisuje jednostajny obrót płaszczyzny orbity barycentrum B . Ale linia ta może być niewielkim fragmentem sinusoidy o bardzo dużym okresie.

Jeżeli uśrednimy zmiany okresowe, wówczas ruch (tylko zmiany liniowe) będzie dotyczył pewnej płaszczyzny rotującej z szybkością taką jak średnia prędkość rotacji płaszczyzny orbity barycentrum B .

Taka konceptualna płaszczyzna nosi nazwę **płaszczyzny ekliptyki**, natomiast **ekliptykę** nazywamy koło wielkie powstałe jako rezultat przecięcia tej płaszczyzny ze sferą niebieską.

Ruch wirowy Ziemi

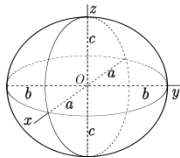
Kolejnym ruchem Ziemi to ruch obrotowy Ziemi. W teorii tego ruchu zakłada się, że bryła Ziemi jest ciałem doskonale sztywnym. W rzeczywistości bryła ziemiska nie jest doskonale sztywna, ale mimo tego upraszczającego założenia, uzyskany opis ruchu wirowego Ziemi jest zupełnie dobry.

Uproszczona teoria ruchu wirowego Ziemi nie uwzględnia: sprężystości bryły ziemskiej, sezonowych zmian w rozkładzie mas bryły ziemskiej, strumieni konwekcyjnych we wnętrzu Ziemi, etc.

Stąd porównując teorię z obserwacjami zauważamy pewne odstępstwa przewidywań od rezultatów obserwacji. Np. zauważalne są niewielkie zmiany w prędkości obrotowej Ziemi.

Z drugiej strony odstępstwa te stanowią informację wykorzystywaną do badań szeregu zjawisk geofizycznych.

Elipsoida bezwładności



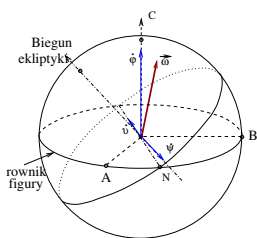
Przez środek masy bryły da się przeprowadzić nieskończenie wiele osi, względem każdej z nich można obliczyć moment bezwładności oraz jego odwrotność.

Odwrotności momentów bezwładności można w formie wektorów, w identycznej skali, odłożyć wzdłuż osi, względem których zostały obliczone.

Powierzchnia obwiednia końców wektorów ma kształt trójosiowej elipsoidy, tzw. **elipsoida bezwładności**.

Jak każda elipsoida trójosiowa, elipsoida bezwładności posiada trzy osie główne a, b, c , względem których momenty bezwładności nazywane są **głównymi momentami bezwładności** A, B, C . Moment bezwładności C o największej wartości jest to moment obliczony względem najkrótszej osi elipsoidy bezwładności.

Równania ruchu wirowego — równania Eulera



Ruch wirowy bryły uznajemy za w pełni znany jeżeli na dowolny moment czasu możemy obliczyć składowe wektora kątowej prędkości wirowania bryły.

Niech wektorem prędkości kątowej Ziemi będzie wektor $\vec{\omega} = (\omega_A, \omega_B, \omega_C)$, jego składowe to rzuty prostokątne wektora $\vec{\omega}$ na osie odpowiadające kierunkom momentów A, B, C elipsoidy bezwładności. Wektor $\vec{\omega}$ spełnia równania różniczkowe zwane **równaniami Eulera**

$$\begin{aligned} A\dot{\omega}_A + (C - B)\omega_B\omega_C &= M_A \\ B\dot{\omega}_B + (A - C)\omega_A\omega_C &= M_B \\ C\dot{\omega}_C + (B - A)\omega_A\omega_B &= M_C \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie $\mathbf{M} = (M_A, M_B, M_C)$ — to wektor momentu sił zewnętrznych, wyznaczony względem środka masy Ziemi.

Ekliptyka

Zdefiniowana w ten sposób ekliptyka porusza się, dlatego można natknąć się na określenie **ekliptyka ruchoma**.

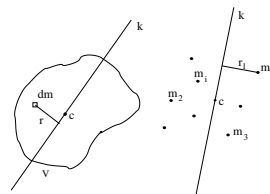
Inne określenie to **ekliptyka chwilowa**, którym określa się ekliptykę ruchomą, której położenie odpowiada jakiemuś szczególnemu momentowi czasu (epoce), np. ekliptyka 1900.0, ekliptyka epoki 2000.0, ekliptyka daty czyli ekliptyka na bieżący moment czasu.

Zaburzenia planetarne w ruchu barycentrum Ziemi i Księżyca, nie tylko zmieniają orientację orbity. Zmianom ulegają także parametry określające rozmiar i kształt orbity.

Okresowe zaburzenia w ruchu Ziemi, przedstawiane są w formie sinusoidalnych poprawek do niezaburzonego ruchu średniego. Poprawek może być bardzo dużo, każda z indywidualnym okresem i amplitudą.

W końcu XIX wieku, amerykański astronom **Simon Newcomb** zestawiał tablice takich poprawek uwzględniające nieregularności w ruchu Ziemi wokół Słońca. Newcomb nadał im nazwę "Tablice ruchu Ziemi wokół Słońca". W żargonie astronomów tablice te często nazywane są "Tablicami Słońca".

Moment bezwładności bryły i układu mas



Moment bezwładności I_k ciała rozciągłego (bądź układu N cząstek materialnych) względem osi k przechodzącej przez środek masy ciała (środek masy c układu N cząstek) definiowany jest następująco

$$I_k = \iiint_V r^2 \rho dV$$

a dla układu N cząstek

$$I_k = \sum_{i=1}^N r_i^2 m_i$$

gdzie ρ jest gęstością ciała, r oznacza odległość od osi k danego fragmentu masy dm lub masy m_i , V jest objętością ciała.

Elipsoida bezwładności i elipsoida figury

Powierzchnia fizyczna bryły ziemskiej jest bardzo skomplikowana. Pomimo to istnieje zupełnie dobre jej przybliżenie geometryczne, trójosiowa elipsoida zwana **elipsoidą figury** Ziemi. Jej oś biegunowa tzw. **osi figury** definiuje **bieguny figury** a prostopadła do niej płaszczyzna, przechodząca przez środek masy Ziemi, określa **równik figury**.

W teorii ruchu wirowego Ziemi, jako ciała doskonale sztywnego zakłada się, że osie elipsoidy figury Ziemi pokrywają się z osiami elipsoidy bezwładności bryły Ziemi, więcej, że pokrywają się najkrótsze osie obu elipsoid.

W rzeczywistości, ruch mas wewnątrz bryły ziemskiej, powoduje niewielkie skrócenie osi elipsoidy bezwładności Ziemi względem elipsoidy figury, dlatego można jedynie twierdzić, że osie elipsoidy figury pokrywają się z pewnym średnim położeniem osi elipsoidy bezwładności.

Warto jeszcze wspomnieć, że równikowe osie a, b ziemskiej elipsoidy bezwładności są niemal identyczne, podobnie jest w przypadku elipsoidy figury Ziemi. Stąd bryła ziemiska zwykle opisywana jest za pomocą dwuosiowych elipsoid obrotowych.

Wektor momentu sił \mathbf{M}

Źródłem momentu sił \mathbf{M} jest grawitacyjne przyciąganie równikowych wyrzuteń Ziemi przez Słońce i Księżyc.

Ze względu na wirowanie Ziemi oraz na zmiany wzajemnej konfiguracji przestrzennej Ziemi, Słońca i Księżyca wektor \mathbf{M} szybko zmienia się w bardzo złożony sposób.

Mimo to, korzystając z teorii ruchu orbitalnego Ziemi i Księżyca można te składowe wystarczająco dokładnie policzyć na dowolny moment czasu.

A zatem, na dowolny moment czasu możemy podać rozwiązanie układu równań Eulera.

Rozwiązania równań Eulera

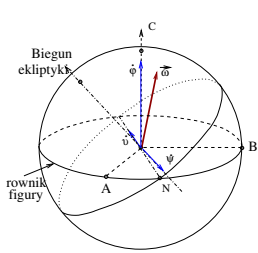
Rozwiązanie równania różniczkowego składa się z *rozwiązania ogólnego* (z prawymi stronami równymi zeru, tzw. równania jednorodnego) oraz z *rozwiązania szczególnego* (równania niejednorodnego).

$$\begin{aligned} A\dot{\omega}_A + (C - B)\omega_B\omega_C &= M_A \\ B\dot{\omega}_B + (A - C)\omega_A\omega_C &= M_B \\ C\dot{\omega}_C + (B - A)\omega_A\omega_B &= M_C \end{aligned}$$

W przypadku równań Eulera, rozwiązanie ogólne opisuje swobodny ruch bieguna z amplitudą występującą w rozwiązaniu jako parametr, który trzeba wyznaczyć z obserwacji.

Rozwiązania szczególne dają składowe $\omega_A, \omega_B, \omega_C$ wymuszonego ruchu wirowego Ziemi wynikającego z niezerowych składowych wektora \mathbf{M} momentu sił zewnętrznych.

Składowe wektora chwilowej prędkości wirowania Ziemi (1)



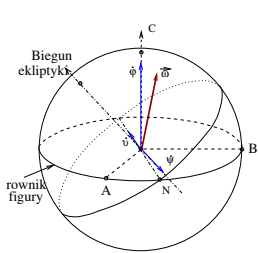
Gdyby oś obrotu Ziemi była prostopadła do równika figury Ziemi, czyli gdyby pokrywała się z osią figury, wówczas składowe $\omega_A = \omega_B = 0$.

Rzeczywistość jest bardziej złożona, chwilowa oś wirowania Ziemi nie pokrywa się z osią figury Ziemi i w rezultacie składowe ω_A, ω_B niewiele różnią się od zera.

Składowe wektora $\vec{\omega}$ można wyrazić względem dowolnego układu osi, np. osi związanych z ekliptyką.

Jeśli znana jest orientacja osi A, B, C względem osi związanych z ekliptyką, wówczas za pomocą odpowiednich transformacji obrotu można wyliczyć składowe wektora $\vec{\omega}$ względem trzech osi ekliptycznych.

Składowe wektora chwilowej prędkości wirowania Ziemi (3)



Fizyczna interpretacja tych składowych jest następująca:

- $\dot{\psi}$ to szybkość precesji osi C figury ziemskiej względem normalnej do płaszczyzny ekliptyki,
- $\dot{\vartheta}$ powoduje zmianę kąta nachylenia równika figury do ekliptyki,
- $\dot{\varphi}$ jest po prostu szybkością wirowania Ziemi wokół jej osi figury.

Składowa $\dot{\varphi}$ nazywana jest szybkością właściwego obrotu, stąd mówimy o osi właściwego obrotu, równiku właściwego obrotu.

Tempo właściwego obrotu Ziemi $\dot{\varphi}$ jest niewspółmiernie większe od $\dot{\psi}, \dot{\vartheta}$. W myśl podstawowej zasady mechaniki bryły, jej ruch wirowy odbywa się wokół osi bliskiej osi największego momentu bezwładności.

Biegun średni, równik średni

Chwilowa prędkość kątowna regularnego ruchu wirowego Ziemi jest wektorową sumą części stałych składowych $\dot{\psi}_r, \dot{\vartheta}_r, \dot{\varphi}_r$.

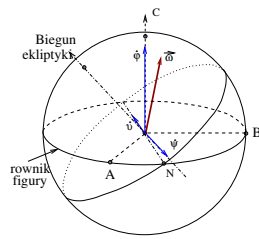
$$\vec{\omega}_r = (\dot{\psi}_r, \dot{\vartheta}_r, \dot{\varphi}_r)$$

Punkty przecięcia kierunku wektora chwilowej regularnej prędkości $\vec{\omega}_r$ ze sferą niebieską nazywamy **średnimi biegunami świata** danej epoki.

Sprzężone z tymi biegunami koło wielkie nosi miano **średniego równika**.

Składowe nieregularne ruchu wirowego

Biegun i równik świata ...



Wektor $\vec{\omega}$ (szczególne rozwiązanie równań Eulera) przechodzi przez środek masy Ziemi. Jego kierunek definiuje oś ruchu obrotowego, a ściślej **chwilową oś obrotu** Ziemi.

Punkty przecięcia osi wirowania z elipsoidą figury nazywają się **chwilowymi biegunami** Ziemi, a w przypadku sfery geocentrycznej — **biegunami świata** lub **prawdziwymi biegunami** świata.

Przecięcie z elipsoidą figury płaszczyzny przechodzącej przez środek masy Ziemi i prostopadłej do chwilowej osi obrotu nazywamy **równikiem chwilowym**.

Analogicznie, przecięcie tej płaszczyzny ze sferą niebieską nazywamy **prawdziwym równikiem** niebieskim lub **równikiem świata**.

Składowe regularne ruchu wirowego

W wyrażeniach na każdą ze składowych $\dot{\psi}, \dot{\vartheta}, \dot{\varphi}$ tkwią: składnik stały (prawie stały) oraz suma dużej liczby niewielkich wyrazów okresowych (nutacje).

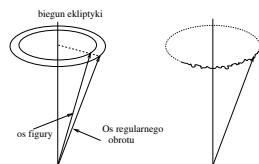
$$\dot{\psi} = \dot{\psi}_r + \dot{\psi}_n$$

Stala część składowej $\dot{\psi}$ nosi nazwę **precesji** w długości. Sprawia ona jednostajne przemieszczanie osi figury po poboczniczy stożka oraz ruch po ekliptyce linii przecięcia równika z ekliptyką. Odbywa się on w kierunku zegarowym względem północnego bieguna ekliptyki. Tempo precesji w długości wynosi około $50'' / rok$.

Stala część składowej $\dot{\vartheta}$ w naszej epoce wynosi w przybliżeniu $0.5'' / rok$ i sprawia, że średnie nachylenie równika figury do ekliptyki, niewiele, ale systematycznie zmniejsza się.

Stala część składowej $\dot{\varphi}$ definiuje średni właściwy ruch obrotowy Ziemi. Odbywa się on z okresem bliskim jednej dobie, wokół osi C , antyzegarowo jeśli obserwujemy to z północnego bieguna Ziemi.

Składowe nieregularne ruchu wirowego



Składniki nieregularne w wyrażeniach na składowe $\dot{\psi}, \dot{\vartheta}, \dot{\varphi}$ noszą miano wyrazów nutacyjnych.

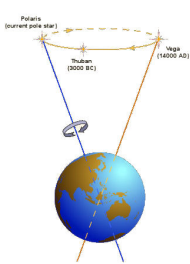
Nutacje wywołują kołysanie osi figury i regularnej osi obrotu Ziemi względem ekliptyki. W rezultacie obie osie w swej wędrówce wokół normalnej do ekliptyki nieustannie odchylają się od pobocznic stożków. Ślady jakie rysują w przestrzeni końce tych osi nie są okręgami ale złożonymi liniami falistymi.

Nutacja w $\dot{\varphi}$ sprawia niewielkie wahania wokół wartości średniej prędkości dobowego wirowania Ziemi.

Część II

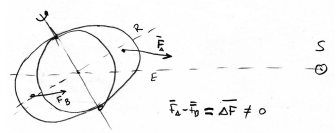
Ruch biegunów Ziemi

Precesyjny ruch biegunów niebieskich



Szybkości $\dot{\psi}$, $\dot{\vartheta}$ to szybkości przemieszczania się osi figury Ziemi w przestrzeni względem tła gwiazd. W ciele Ziemi oś figury jest nieruchoma.

Precesyjny ruch biegunów to zjawisko wywołane wpływem czynników zewnętrznych na wirującą spłaszczoną Ziemię. Wektor $\mathbf{M} \neq \mathbf{0}$.

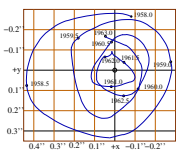


Ruch ziemskich biegunów – przyczyny (1)

Ruch osi wirowania w ciele Ziemi czy odpowiadający mu ruch biegunów po powierzchni Ziemi, obejmuje kilka niezależnych ruchów:

- Swobodny ruch biegunów o amplitudzie $0.5''$, interpretowany jest jako ogólne rozwiązanie równań ruchu Eulera, czyli przy $M_A = M_B = M_C = 0$. Ruch ten nazywany bywa **eulerowskim ruchem biegunów**.

Ze względu na odstępstwa Ziemi od doskonałej sztywności, realny ruch nie jest podobny do przewidywanego teoretycznie. Np. zgodnie z rozwiązaniem ogólnym, chwilowe bieguny powinny przemieszczać się po powierzchni Ziemi z okresem bliskim 305 dni, po okręgach o środkach w biegunie figury Ziemi.



Tymczasem rzeczywisty ruch ziemskich biegunów trwa około 428 dni (**okres Chandlerowski**) i wykazuje zmienną amplitudę.

Ruch biegunów w ciele Ziemi i biegun świata

Dodatkowy niewielki ruch biegunów Ziemi o jakim mowa oznacza, że istnieje pewna dodatkowa składowa kątowej prędkości wirowania Ziemi.

Po dodaniu jej do wektora $\vec{\omega}$, wypadkowy wektor $\vec{\omega}^*$ będzie nowym wektorem prędkości kątowej Ziemi.

A skoro tak, to powinniśmy na nowo zdefiniować pojęcia chwilowej osi obrotu i chwilowego równika.

I faktycznie tak należałoby postąpić, ale ze względu na pewne racje praktyczne tak się nie robi.

Dlatego pod pojęciem biegunów chwilowych rozumiemy punkty przecięcia z powierzchnią elipsoidy figury nie przedłużenia wektora wypadkowej prędkości $\vec{\omega}^*$, ale chwilowej osi obrotu pokrywającej się z wektorem $\vec{\omega}$.

Ruch biegunów Ziemi

- Ruch ziemskich biegunów

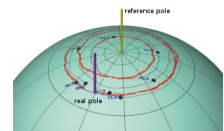
Uwagi końcowe

- Biegun świata, równik świata, punkt równonocy ...

Ruch ziemskich biegunów



Czynniki wewnętrzne jak elastyczność ziemskiej bryły, zmienność rozkładu mas we wnętrzu Ziemi ... indukują dodatkowe zmiany położenia osi obrotu Ziemi względem jej powierzchni. Zjawisko to nosi miano ruchu ziemskich biegunów.



Ruch ziemskich biegunów – przyczyny (2)

- Druga składowa ruchu biegunów o amplitudzie współmiernej z ruchem eulerowskim, uwarunkowana jest procesami geofizycznymi zachodzącymi we wnętrzu Ziemi i ziemskiej atmosferze. Obserwacje pozwoliły na wykrycie rocznego i półrocznego okresu tego ruchu.
- Istnieją też składowe o okresie doby o bardzo niskiej amplitudzie (ułamek setnych części sekundy łuku).

Przyczyną tych drobnych ruchów jest konieczność ciągłych zmian wzajemnej orientacji osi figury i osi obrotu w ciele wirującej Ziemi (względem otaczającej przestrzeni wzajemna orientacja osi figury i obrotu praktycznie jest stała).

Ruch ten wynika głównie z niezerowej wartości składowej $\dot{\psi}$ prędkości obrotowej Ziemi, rezultatu przyciągania Słońca i Księżyca. Dlatego nazwano te ruchy wymuszonym ruchem biegunów (ruchem słoneczno-księężycowym).

W wielu zagadnieniach praktycznych (jak np. rachunki redukcyjne) ze względu na niewielkie amplitudy ruchu wymuszonego, mówiąc o ruchu biegunów przyczynek ruchu wymuszonego pomija się.

Bieguny średnie

Amplitudy wszystkich ruchów biegunów są zmienne, dlatego ruch chwilowych biegunów Ziemi wokół biegunów średnich odbywa się po nieregularnych krzywych.

Problem co należy rozumieć jako bieguny średnie nie ma rozwiązania, które zaakceptowaliby wszyscy zainteresowani.

W teorii wirowania Ziemi przez *bieguny średnie* rozumie się bieguny elipsoidy figury Ziemi.

Punkt równonocy

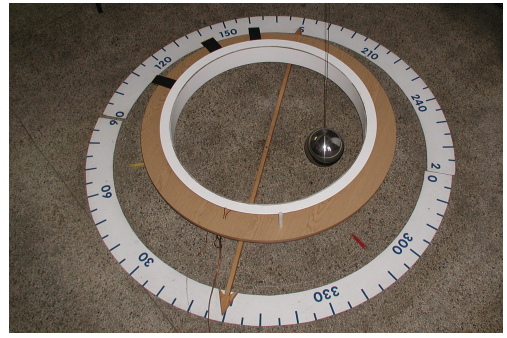
Punkt równonocy wiosennej to punkt przecięcia ekliptyki z równikiem. W pobliżu tego punktu Słońce przechodzi z półsfery południowej do północnej.

Ekliptyka obraca się na skutek oddziaływania planet, a to oznacza, że w rezultacie, punkt równonocy wiosennej przemieszcza się po równiku. Natomiast na skutek przyciągania Słońca i Księżycy również równik świata nie zajmuje stałej orientacji w przestrzeni.

W konsekwencji obu zjawisk, punkt równonocy przemieszcza się po ekliptyce i po równiku. Ruch punktu równonocy po równiku i po ekliptyce można rozpatrywać jako rozdzielony na składową regularną — precesję i okresową — nutację. Precesja L-S oraz precesja planetarna dają pełną precesję punktu równonocy przebiegającą jednostajnie.

Punkt równonocy, którego położenie określane jest bez uwzględnienia nutacji — czyli jako przecięcie ekliptyki chwilowej i średniego równika danej epoki — nazywamy **średnim punktem równonocy**.

Nutacja powoduje okresowe wahania **prawdziwego punktu równonocy** określanego jako punkt przecięcia chwilowej ekliptyki z prawdziwym równikiem daty.



Rysunek: Wahające się (w odróżnieniu od IF UAM) wahadło Foucaulta w IF UMK.

[<http://www.fizyka.umk.pl/phys/WAHADLO/wahadlo-1.html>]

Początek wykładu