

Astronomia sferyczna  
Wykład 6: POMIARY REKTASCENSJI I DEKLINACJI  
Astrometria absolutna

Tadeusz Jan Jopek

Institut Obserwatorium Astronomiczne, UAM

Semestr II

(Aktualizacja 2015.04.07)

Część I

Wstęp

- 1 Obserwacje astrometryczne
  - Początki obserwacji pozycyjnych
  - Instrumenty historyczne i współczesne



Zainteresowanie człowieka astronomią sięga trwać od ponad 6000 lat. Na tej sumeryjskiej ilustracji oprócz innych szczegółów widzimy również wizerunek ciał niebieskich.



Pierwsi starożytni astronomowie położenia ciał niebieskich wyznaczyli za pomocą obserwacji heliakalnych.

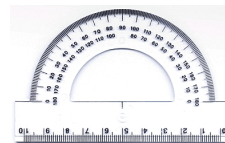
Obserwowane obiekty znajdowały się wówczas w pobliżu horyzontu.



Hipparchos z Nikei (190 PC - 120 PC).

Przypisuje mu się konstrukcję pierwszych instrumentów astronomicznych (astrolabium, kwadrant).

W jego epoce, precyzja obserwacji pozycyjnych wynosiła ok. 1200" sekund łuku.



Europejska astrometria okiem nieuzbrojonym



Tycho Brahe (1546–1601)  
Wyznaczył położenia ok. 1000 gwiazd. Precyzja obserwacji 15-35".



Europejska astrometria okiem nieuzbrojonym



Jan Heweliusz (1611–1687)  
Opracował katalog 1564 gwiazd. Precyzja obserwacji 10-20".



### Narodziny astrometrii południkowej

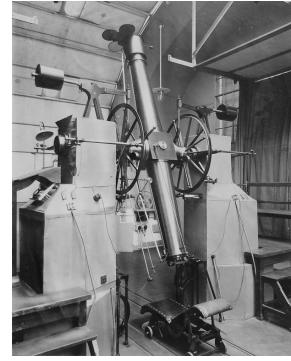


Ole Romer (1644–1710)

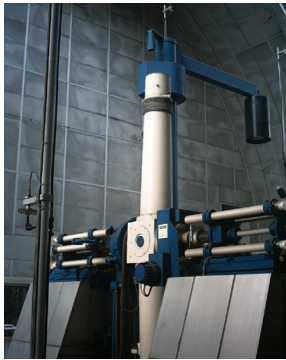
Był pionierem współczesnych instrumentów przejściowych, które zdominowały astronomię pozycyjną na wiele lat.



### Koło południkowe w obserwatorium Babelsberg (Poczdam-Berlin)



### Koło południkowe NAO w Mitaka, Japonia

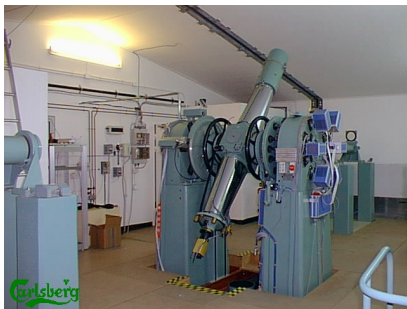


### Pawilon instrumentu przejściowego

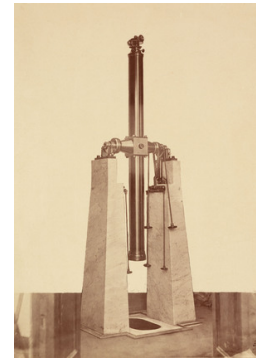


### Carlsberg meridian circle

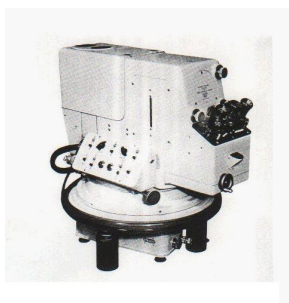
Roque de Los Muchachos Observatory: [<http://www.ast.cam.ac.uk/~dwe/SRF/camc.html>]



### Teleskop zenitalny (Obserwatorium Campidoglio, Rzym)



### Astrolabia Danjone



## Część II

### Klasyczne narzędzia przejściowe

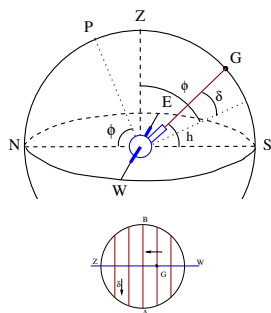
2 Koło południkowe

- Montaż koła południkowego
- Zasada obserwacji

3 Redukcja obserwacji

- Błędy koła południkowego i ich usuwanie
- Usuwanie błędów instrumentalnych

Koło południkowe: zasada obserwacji (1)



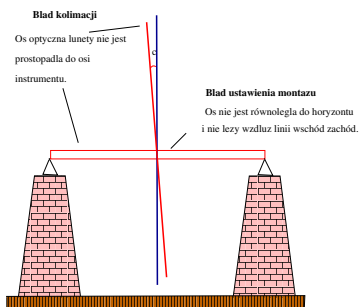
- Oś pozioma lunety usytuowana jest wzdłuż linii wschód-zachód, luneta może poruszać się w płaszczyźnie południka miejscowego PZS.
- Lunetę nastawia się tak by obserwowany obiekt G znalazł się w polu widzenia okularu lunety.
- Pomiar momentu czasu  $T$  przejścia obiektu przez południk daje rektascensję  $\alpha$  obiektu, która jest równa momentowi  $T$  wyrażonemu w skali czasu gwiazdowego.
- Odczyt koła wysokości  $h$ , przy znanej szerokości  $\phi$  pozwala na wyznaczenie deklinacji  $\delta$  obiektu.

Koło południkowe: zasada obserwacji (3)  
Narzędzie południkowe z Obserwatorium w Besancon (Fr)



Obserwacja pozycyjna za pomocą koła południkowego sprowadza się do rejestracji momentów przejść gwiazdy przez układ pionowych nitek okularu lunety (tzw. metoda oka i ucha) oraz do odczytu koła wysokości instrumentu.

Błędy montażu i konstrukcji koła południkowego

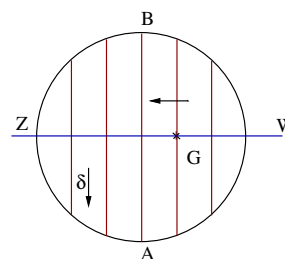


Instrument przejściowy



- Keplerowska luneta umocowana jest prostopadle, na sztywno do poziomej ruchomej osi osadzonej na łożyskach.
- Ruch osi umożliwia zmiany nachylenia lunety w płaszczyźnie jednego wertykału. Montaż instrumentu jest montażem typu horyzontalnego bez osi azymutalnej.
- Oś poziomą zwykle ustawia się wzdłuż linii wschód-zachód, co pozwala na obserwacje przejść ciał niebieskich przez południk miejscowy.

Koło południkowe: zasada obserwacji (2)



- Obraz gwiazdy przemieszcza się wzdłuż nitki poziomej, nitka rozdzwaja obraz gwiazdy co gwarantuje precyzyjny pomiar wysokości obiektu.
- W wyniku ruchu dobowego gwiazda przecina nitki pionowe.
- Rejestrowany jest moment czasu przejścia przez każdą nitkę pionową.
- Wartość średnia momentów przejścia gwiazdy przez południk miejsca obserwacji.

Wielkości obserwowane za pomocą koła południkowego

- W wyniku obserwacji mamy czas gwiazdowy  $T$  przejścia obiektu przez nitkę średnią. Uzyskany z uśrednienia odczytów zegara obserwatoryjnego.
- Wartości  $T$  odpowiada poprawka zegara  $\Delta T$  wyznaczona poprzez porównanie zegara z radiowymi sygnałami czasu UT. Poprawkę uzyskamy porównując miejscowy czas gwiazdowy  $C_{GM}$  obliczony w oparciu o czas gwiazdowy w Greenwich  $C_G$ , z czasem wskazywanym przez zegar obserwacyjny:

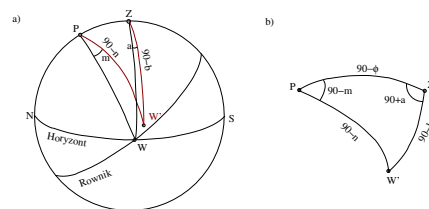
$$\Delta T = T - C_{GM} = T - C_G + \lambda$$

$\lambda$  to długość geograficzna miejsca obserwacji, znana *a priori* na moment obserwacji, która niestety nie jest znana z wystarczającą dokładnością.

- W wyniku obserwacji znamy także wysokość  $h$  obiektu na moment  $T$  co przy znajomości szerokości stacji  $\phi$  oraz poprawki  $d$  koła podziałowego wysokości daje deklinację obiektu.
- Zatem do dyspozycji mamy obserwowane  $\alpha'$ ,  $\delta'$  obiektu

$$\alpha' = T + \Delta T; \quad \delta' = (h + \phi - 90^\circ) + d = D + d \quad (1)$$

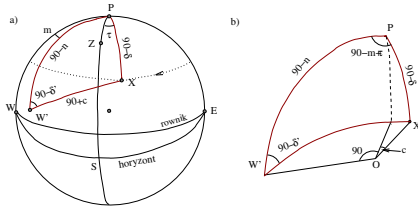
Orientacja osi wysokościowej koła południkowego



Oś instrumentu nie leży na linii E-W. Jej przedłużenie przebija sferę w punkcie  $W'$ . Niewłaściwą orientację osi określają małe kąty  $a$ ,  $b$  lub w układzie równikowym  $m$ ,  $n$ . W przybliżeniu małych kątów mamy

$$\begin{aligned} m &= a \sin \phi + b \cos \phi \\ n &= b \sin \phi - a \cos \phi \end{aligned} \quad (2)$$

Usuwanie wpływ błęd kolimacji i ustawienia montażu w  $\alpha', \delta'$  (1)



Przejście gwiazdy X przez nitkę średnią nastąpiło o  $\tau$  za wcześnie. Z wzoru cosinusów dla boku  $90^\circ + c$ , w przybliżeniu małych kątów interwał  $\tau$  wynosi

$$\tau = \alpha - \alpha' = m + n \tan \delta + c \sec \delta \quad (3)$$

Jest to formuła Bessel'a, stosujemy ją dla kulminacji górnych gwiazd. Ponieważ  $\delta \approx \delta'$  możemy w tym wzorze za  $\delta$  podstawić  $\delta'$ .

Usuwanie wpływ błęd kolimacji i ustawienia montażu w  $\alpha', \delta'$  (3)

$$\sin(\delta' + \Delta) = \sin \delta' \cos \Delta + \cos \delta' \sin \Delta = -\sin n \sin c + \cos n \cos c \sin \delta'$$

Rozwijamy funkcje trygonometryczne z kątami  $n$  i  $c$  w szeregi potęgowe, biorąc jedynie po dwa pierwsze wyrazy

$$\begin{aligned} & \sin \delta' \cos \Delta + \cos \delta' \sin \Delta = \\ & = -\left(n - \frac{1}{6}n^3\right) \left(c - \frac{1}{6}c^3\right) + \left(1 - \frac{1}{2}n^2\right) \left(1 - \frac{1}{2}c^2\right) \sin \delta' \end{aligned}$$

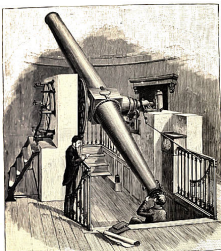
odrzucając wyrazy rzędu wyższego niż drugi ze względu na  $n$  i  $c$ , otrzymamy

$$\sin \delta' \cos \Delta + \cos \delta' \sin \Delta = -nc + \sin \delta' - \frac{1}{2}(n^2 + c^2) \sin \delta'$$

a po podzieleniu stronami przez  $\sin \delta'$  będzie

$$\cos \Delta + \cot \delta' \sin \Delta = \frac{-nc}{\sin \delta'} + 1 - \frac{1}{2}(n^2 + c^2)$$

Usuwanie wpływ błęd kolimacji i ustawienia montażu (5)



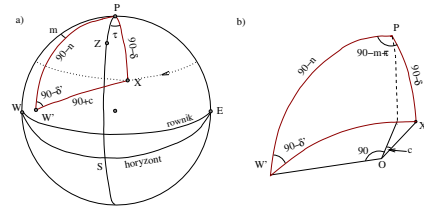
Równania (3), (4) pozwalają na uwolnienie obserwowanych wartości rektascensji i deklinacji z podstawowych błędów instrumentalnych o ile błędy te są znane.

Wyznaczenie błędów koła południkowego wymaga obserwacji gwiazd. Ponieważ bardzo pożądaną jest ciągła kalibracja instrumentu dlatego wyznaczenie tych błędów, zaleca się wprowadzić jako integralną część programu obserwacji gwiazd.

- 4 Redukcja na miejsce widome
  - Miejsce widome

- 5 Ruch ziemskich biegunów
  - Ruch biegunów
  - Wpływ ruchu biegunów na poprawki koła południkowego

Usuwanie wpływ błęd kolimacji i ustawienia montażu w  $\alpha', \delta'$  (2)



Różnicę  $\delta - \delta'$  uzyskuje się w nieco bardziej zawiły sposób. W trójkącie  $W'PX$  z wzoru cosinusów mamy

$$\sin \delta = -\sin n \sin c + \cos n \cos c \sin \delta'$$

Podstawiamy  $\delta = \delta' + \Delta$ ,

$$\sin(\delta' + \Delta) = \sin \delta' \cos \Delta + \cos \delta' \sin \Delta = -\sin n \sin c + \cos n \cos c \sin \delta'$$

Usuwanie wpływ błęd kolimacji i ustawienia montażu w  $\alpha', \delta'$  (4)

Gdy  $\Delta = \delta - \delta'$  jest dostatecznie małe to

$$\begin{aligned} 1 + \Delta \cot \delta' &= \frac{-nc}{\sin \delta'} + 1 - \frac{1}{2}(n^2 + c^2) \\ \Delta &= -\frac{nc}{\cos \delta'} - \frac{1}{2}(n^2 + c^2) \tan \delta' \\ \delta' - \delta &= 0.5(n^2 + c^2) \tan \delta' + nc \sec \delta' \end{aligned}$$

Ponieważ w rozwinięciu używano radianów, przejście do jednostek praktycznych wymaga wprowadzenia dodatkowych czynników

$$\delta' - \delta = 225'' \sin 1'' [0.5(n^2 + c^2) \tan \delta' + nc \sec \delta'] \quad (4)$$

Równania (3), (4) wyprowadzono dla normalnych przejść gwiazd przez południk. Są one ważne także dla górnych kulminacji gwiazd okołopolarnych. Jednak dla kulminacji dolnych trzeba wprowadzić pewne modyfikacje. Odpowiedni wzór Bessel'a ma wtedy postać

$$\tau = \alpha - \alpha' = m - n \tan \delta - c \sec \delta \quad (5)$$

Tutaj  $\alpha'$  musi być traktowana jako miejscowy czas gwiazdowy plus 12 godzin

Część III

Miejsce widome i ruch ziemskich biegunów

Redukcja na miejsce widome (1)

Wartości obserwowane współrzędnych równikowych ciał niebieskich, poprawione na błędy instrumentalne stanowią fundamentalne wartości rektascensji i deklinacji.

Normalną praktyką jest dalsza redukcja obserwacji do położen widomych, co wymaga to wprowadzenia poprawek na refrakcję, aberrację dobową i paralaksę geocentryczną.

W przypadku obserwacji południkowych wyrażenia na te poprawki dają się wyraźnie uprościć. Np. kładąc w formułach na aberrację dobową

$$\begin{aligned} d\alpha &= \alpha' - \alpha = (\rho\omega \cos \phi' / c) \sec \delta \cos t \\ d\delta &= \delta' - \delta = (\rho\omega \cos \phi' / c) \sin \delta \sin t \end{aligned}$$

kąt godzinny  $t = 0$ ,  $\omega = 2\pi/\text{doba gwiazdowa}$ ,  $\rho = a$  — średni promień równikowy Ziemi, wpływ aberracji na współrzędne równikowe wyrazi się następująco

$$\begin{aligned} d\alpha &= 0.50213 \cos \phi \sec \delta \\ d\delta &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Redukcja na miejsce widome (2)

Aberracja w rektascensji ma postać podobną do poprawki z powodu kolimacji instrumentu w formule Bessela — oba efekty są proporcjonalne do  $\sec \delta$ . Można zatem połączyć je obie w jedną poprzez podstawienie

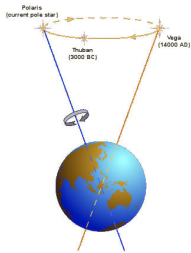
$$c^* = c - 0.50213 \cos \phi \tag{7}$$

Poprawka z tytułu refrakcji atmosferycznej ma zwykle największą wartość. Refrakcja zmniejsza odległość zenitalną pozostawiając bez zmian azymut. Zatem, skoro południk obserwatora jest jednocześnie kołem wertykalnym, refrakcja zmieniając deklinację nie zmienia momentu czasu przejścia przez południk. Wyznaczony np. z tablic refrakcji, kąt refrakcji  $R$  trzeba zatem odjąć od zmierzonej wartości deklinacji. Dla kulminacji pomiędzy biegunem i zenitem należy zmienić znak poprawki.

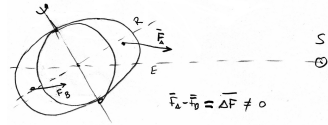
Paralaksa geocentryczna, jest w przypadku obserwacji gwiazd zawsze do pominięcia.

Wszystkie poprawki można włączyć do równań obserwacyjnych koła południkowego.

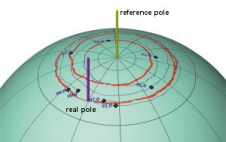
Precesyjny ruch biegunów niebieskich



Precesyjny ruch biegunów to zjawisko wywołane wpływem czynników zewnętrznych na wirującą spłaszczoną Ziemię.



Ruch ziemskich biegunów

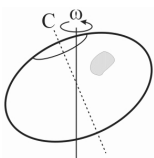


Ruch biegunów po powierzchni Ziemi nie wpływa na położenie biegunów świata, zatem nie powoduje zmian rektascensji i deklinacji gwiazd.

Wpływa jednak na proces redukcji obserwacji wykonanych za pomocą instrumentów przejściowych. Jest tak gdyż montaż teleskopu ustawiony jest względem powierzchni Ziemi, a to oznacza, że na skutek ruchu skorupy ziemskiej cały zbiór gwiazd jest przesuwany względem instrumentu.

W rezultacie, z powodu ruchu biegunów zmieniają się niektóre stałe instrumentalne narzędzia.

Ruch ziemskich biegunów, przyczyny (2)



Jednak oś ruchu wirowego Ziemi nie pokrywa się z kierunkiem osi C jej największego momentu bezwładności.

Ta drobna w rzeczywistości niezgodność o kąt  $\alpha$  powoduje przemieszczenia rotacyjnego bieguna po powierzchni Ziemi.

Energia rotacji Ziemi jest nieco większa niż byłoby to konieczne w przypadku rotacji wokół kierunku osi C. Nadwyżka energii jest proporcjonalna do  $\alpha$ .

Wynikająca stąd para sił (moment skręcający) usiłuje ustawić oś rotacji Ziemi tak by pokryła się z osią C. W efekcie mamy złożony ruch bieguna rotacyjnego wokół bieguna figury Ziemi.

Konsekwencją tego zjawiska są zmiany współrzędnych geograficznych punktów na powierzchni Ziemi.

Ruch ziemskich biegunów, przyczyny (3)

Redukcja na miejsce widome (3)

Niech  $(\alpha', \delta')$  będą współrzędnymi obserwowanymi poprawionymi na błędy czasu i odczytu koła podziałowego; niech  $(\alpha, \delta)$  oznaczają współrzędne widome gwiazdy, wówczas z dokładnością do małych rzędu drugiego

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha' + m + n \tan \delta' + c^* \sec \delta' \\ \delta &= \delta' - R \end{aligned} \tag{8}$$

Równania te można udokładnić włączając czony drugiego rzędu.

Dla obiektów z Układu Słonecznego może się okazać koniecznym włączenie paralaksy geocentrycznej. W warunkach obserwacji południkowych poprawka paralaktyczna w rektascensji wynosi zero, natomiast obserwowaną deklinację trzeba powiększyć o

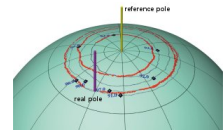
$$\Delta \delta = \frac{\rho}{r} \sin(\phi' - \delta)$$

gdzie  $\rho$  — geocentryczna odległość obserwatora,  $r$  — geocentryczna odległość obiektu,  $\phi'$  — geocentryczna szerokość obserwatora. Znak poprawki zmieniamy jeśli obserwowana kulminacja gwiazdy wypadła między biegunem i zenitem.

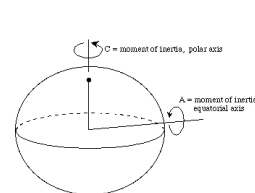
Ruch ziemskich biegunów



Czynniki wewnętrzne jak elastyczność ziemskiej bryły, zmienność rozkładu mas we wnętrzu Ziemi ... indukują dodatkowe zmiany położenia osi obrotu Ziemi względem jej powierzchni. Zjawisko to nosi miano ruchu ziemskich biegunów.



Ruch ziemskich biegunów, przyczyny (1)



Kształt Ziemi możemy przybliżyć za pomocą elipsoidy obrotowej (elipsoida figury).

Osie tej elipsoidy niemal pokrywają się z kierunkami osi ziemskiej elipsoidy momentów bezwładności. Kierunki A,B,C.

Względem osi C Ziemia posiada największy moment bezwładności.

Bryły bardzo chętnie wirują wokół osi zgodnych z kierunkami osi ich maksymalnego momentu bezwładności.

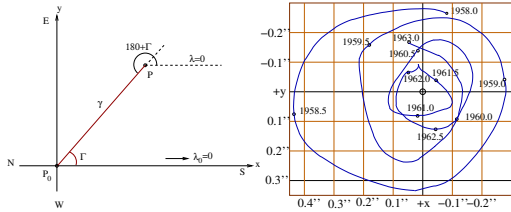
Ruch ziemskich biegunów, przyczyny (3)

Gdyby Ziemia była swobodnie wirującą bryłą sztywną, odchylenie bieguna rotacji od osi figury Ziemi spowodowałoby jednostajny ruch kołowy bieguna chwilowego  $P$  wokół bieguna figury  $P_0$  z okresem 305 dniowym.

Ze względu na plastyczność Ziemi okres ten uległ silnemu wydłużeniu. Okres 428 dniowy (tzw. okres Chandlerowski) jest zmodyfikowanym okresem swobodnego ruchu wirowego Ziemi.

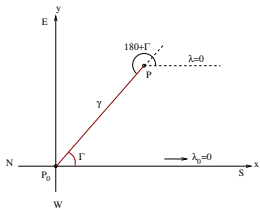
Składowa roczna ruchu biegunów, jest składową wymuszoną narzuconą przez ulegające ciągłej zmianie warunki geofizyczne.

Biegun chwilowy P i biegun figury P<sub>0</sub>



Punkt P oznacza chwilowy biegun rotacji, P<sub>0</sub> jest jego średnim położeniem nazywanym niezbyt trafnie **biegunem ziemskiej figury**. Biegun figury jest stałym punktem na powierzchni Ziemi. Amplituda przemieszczenia  $\gamma$  punktu P względem P<sub>0</sub> wynosi około 0'5, co na powierzchni Ziemi odpowiada odległości bliskiej 15 m. Wschodnia długość  $\Gamma$  punktu P najczęściej zwiększa się, czyli biegun chwilowy obiega P<sub>0</sub> antyżegarowo. Jest to ruch bardzo złożony ale jego główne składowe są znane, okresy 428 dniowy i roczny.

Współrzędne geograficzne względem bieguna P i bieguna P<sub>0</sub> (1)

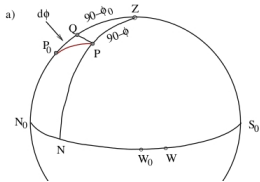


Z powodu ruchu biegunów zmienia się szerokość i długość danego miejsca obserwacji. ( $\lambda_0, \phi_0$ ) są geograficznymi współzrzednymi obserwatora względem bieguna figury, natomiast ( $\lambda, \phi$ ) względem bieguna chwilowego. Definicja szerokości względem P jest prosta, ale nieco uwagi wymaga określenie zerowego południka dla bieguna P.

Na rysunku widzimy, że dla P południk zerowy wybrano tak, by styczna w P leżąca w płaszczyźnie tego południka biegła równoległe do stycznej w P<sub>0</sub> leżącej w płaszczyźnie zerowego południka figury Ziemi. Obydwa południki przecinają się gdzieś na równiku, a więc południk zerowy bieguna P nie musi przechodzić przez punkt odniesienia w Greenwich.

Widzimy też, że południk o długości  $\Gamma$ , jest wspólny dla obu systemów.

Współrzędne geograficzne względem bieguna P i bieguna P<sub>0</sub> (3)



Z drugiej strony, PZ jest południkiem o długości  $\lambda$ , PP<sub>0</sub> południkiem o długości ( $180^\circ + \Gamma$ ), oba względem bieguna P. Stąd kąt sferyczny P<sub>0</sub>PZ =  $180^\circ - (\lambda - \Gamma)$ , a formuła czteroczęściowa zastosowana do trójkąta sferycznego P<sub>0</sub>ZP daje

$$\cos \gamma \cos (180^\circ - (\lambda - \Gamma)) = \sin \gamma \cot (90^\circ - \phi) - \sin (\lambda - \Gamma) \cot (\lambda_0 - \Gamma)$$

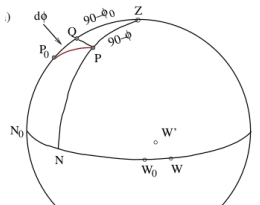
Ze względu na małe wartości kąta  $\gamma$ , w przybliżeniu można napisać

$$\gamma \tan \phi \sin (\lambda_0 - \Gamma) = \sin (\lambda - \Gamma) \cos (\lambda_0 - \Gamma) - \cos (\lambda - \Gamma) \sin (\lambda_0 - \Gamma)$$

a korzystając ze znanych tożsamości trygonometrycznych mamy

$$d\lambda = \lambda - \lambda_0 = \gamma \tan \phi \sin (\lambda_0 - \Gamma) \quad (11)$$

Wpływ ruchu biegunów na poprawki kąta południkowego



Ruch bieguna P nie wpływa na błąd kolimacji narzędzia. Odległość zenitalna punktu W', zachodniego końca osi poziomej instrumentu również się nie zmienia, bowiem założyliśmy, że zenit obserwatora jest nieruchomy.

Przemieszczenie bieguna zmniejszy jednak wszystkie zachodnie azymuty, w tym stałą azymutalną narzędzia o kąt N<sub>0</sub>N, czyli

$$da = -P_0ZP$$

Kąt ten łatwo otrzymać z trójkąta sferycznego P<sub>0</sub>ZP. Stosując wzór sinusów i przybliżenie małych kątów dostaniemy

$$da = -\gamma \sin (\lambda_0 - \Gamma) \sec \phi$$

A za pomocą wzoru  $d\lambda = \lambda - \lambda_0 = \gamma \tan \phi \sin (\lambda_0 - \Gamma)$  otrzymamy

$$da = -d\lambda \csc \phi \quad (13)$$

Wpływ ruchu biegunów na poprawkę zegara

Zmiana w długości  $d\lambda$  musi jeszcze zostać uwzględniona w poprawce zegara, za pomocą którego mierzono moment przejścia gwiazdy przez południk instrumentalny. Błąd poprawki zegara wynosi

$$d(\Delta T) = d\lambda.$$

Wychodząc z równania Bessela  $\tau = \alpha - \alpha' = m + n \tan \delta + c \sec \delta$ , za pomocą związków (2), jego odpowiednikiem ze stałymi a, b będzie

$$\alpha - T = \Delta T + a \sin (\phi - \delta) \sec \delta + b \cos (\phi - \delta) \sec \delta + c \sec \delta$$

a po różniczkowaniu

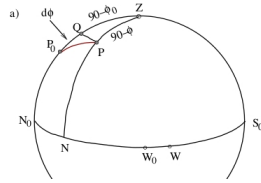
$$d(\alpha - T) = d\lambda + da \sin (\phi - \delta) \sec \delta$$

Po podstawieniu wzoru (13) będziemy mieli

$$dT = -d\lambda \cot \phi \tan \delta \quad (14)$$

Jest to zmiana momentu przejścia gwiazdy przez południk spowodowana ruchami biegunów ziemskich. Zmiana w szerokości obserwatora, powoduje zmianę w odczycie deklinacji z kąta podziałowego.

Współrzędne geograficzne względem bieguna P i bieguna P<sub>0</sub> (2)



Obserwator znajduje się w środku sfery, jego zenit Z będziemy traktowali jako punkt stały. Interesują nas zmiany astronomicznej szerokości i długości  $d\phi, d\lambda$  wywołane ruchami bieguna P. Mamy  $P_0Z = 90^\circ - \phi_0, PZ = 90^\circ - \phi$ . Koło małe PQ przecina łuk P<sub>0</sub>Z pod kątem prostym.  $P_0Q = d\phi = \phi - \phi_0$ .

Traktując trójkąt P<sub>0</sub>PQ jako płaski mamy

$$d\phi = P_0P \cos (QP_0P) = P_0P \cos ZP_0P$$

$P_0P = \gamma, P_0Z$  jest południkiem o długości  $\lambda_0$ , a  $P_0P$  jest południkiem o długości  $\Gamma$ . Zatem  $ZP_0P = \lambda_0 - \Gamma$ , stąd

$$d\phi = \gamma \cos (\lambda_0 - \Gamma) \quad (10)$$

Współrzędne geograficzne względem bieguna P i bieguna P<sub>0</sub> (4)

Jeśli w równaniach

$$\begin{aligned} d\phi &= \gamma \cos (\lambda_0 - \Gamma) \\ d\lambda &= \lambda - \lambda_0 = \gamma \tan \phi \sin (\lambda_0 - \Gamma) \end{aligned}$$

zastosujemy wzory na sumę, różnicę sinusów i cosinusów oraz wykorzystamy związki

$$\begin{aligned} x &= \gamma \cos \Gamma \\ y &= -\gamma \sin \Gamma \end{aligned}$$

wówczas chwilowe długość i szerokość geograficzne dane są jako

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_0 + x \cos \lambda_0 - y \sin \lambda_0 \\ \lambda &= \lambda_0 + (x \sin \lambda_0 + y \cos \lambda_0) \tan \phi \end{aligned} \quad (12)$$

Instrument południkowy



Koło południkowe ma sporo zalet, np. pozwala na wyznaczenie  $(\alpha, \delta)$  wszystkich gwiazd widocznych na horyzoncie obserwatora gdy tymczasem inne instrumenty mają pewne ograniczenia ze względu na deklinację.

Obserwacje południkowe w zasadzie bezpośrednio dają rektascensję i deklinację. Własność tę określamy mianem pomiarów absolutnych.

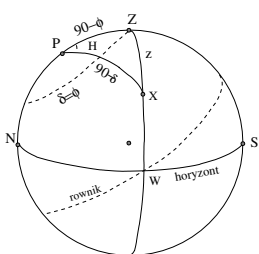
Dlatego jeszcze w połowie XX stulecia a nawet później, koło południkowe było podstawowym narzędziem służącym do wyznaczania absolutnych pozycji gwiazd. Obserwacje te stanowiły bazę do tworzenia fundamentalnych katalogów gwiazd.

- 6 Koło wertykalne
  - Koło wertykalne

- 7 Astrolabia Danjona
  - Astrolabia Danjona

- 8 FZT
  - Fotograficzny teleskop zenitalny (FTZ)

Koło wertykalne: zasada obserwacji (2)



Jeśli punkt X będzie położeniem gwiazdy w momencie jej zachodniego przejścia przez pierwszy wertykał, wówczas z trójkąta sferycznego PZX i wzoru sinusów mamy

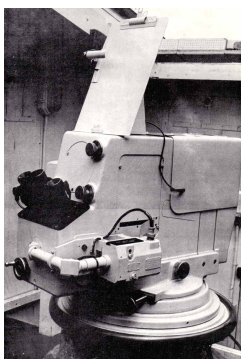
$$\cos \delta = \sin z \csc H \quad (15)$$

Z wzoru cotangensowego zastosowanego do trójkąta PZX wyznaczmy szerokość astronomiczną obserwatora

$$\cos \phi = \tan z \cot H \quad (16)$$

Błędy instrumentalne są takie same jak dla koła południkowego, ale poprawki jakie trzeba wprowadzić do obserwacji są znacznie bardziej skomplikowane. Jedyną przewagą koła wertykalnego jest możliwość niezależnych pomiarów szerokości obserwatora.

Astrolabia Danjona. Egzemplarz z obserwatorium w Greenwich.

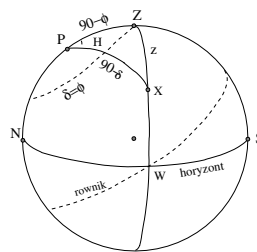


Astrolabia Danjona. Egzemplarz z obserwatorium w Greenwich.

Część IV

Inne instrumenty absolutne

Koło wertykalne: zasada obserwacji (1)



Instrument przejściowy może pracować nie tylko w południku miejscowym. Inny wariant, to instrument zorientowany osią poziomą wzdłuż linii północ-południe. Jednak taki instrument przejściowy pozwala na obserwacje gwiazd o deklinacjach wyłącznie z przedziału  $[0, \phi]$ .

Tylko takie gwiazdy mają po dwa przejścia przez pierwszy wertykał. W momentach przejścia rejestrowany jest miejscowy czas gwiazdowy. Średnia z dwóch przejść jest równa rektascensji gwiazdy.

Koła podzielone pionowe instrumentu wertykalnego pozwalają na pomiar odległości zenitalnej z w momencie przejścia. Połowa interwału czasu między kolejnymi przejściami równa jest kątowi godzinemu  $H$  odpowiadającemu przejściu przez pierwszy wertykał.

Inne instrumenty przejściowe

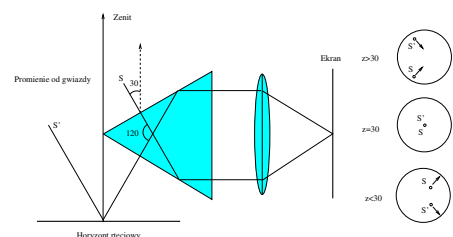
Koło południkowe ma pewne wady, jedną z istotniejszych jest mechaniczne ugięcie lunety, co wiąże się z niestatością poprawek instrumentalnych. Zmiany poprawek mogą być nieistotne dla małych odległości zenitalnych ale dla dużych już niestety nie. Z powodu elastyczności montażu narzędzia pojawiają się wówczas błędy systematyczne, a związane z nimi poprawki są trudne do wyznaczenia.

Dlatego zaprojektowano narzędzia innego typu, pozwalające również na absolutne pomiary położenia ciał niebieskich z wysoką precyzją. Są to bezosobowa astrolabia Danjona i fotograficzny teleskop zenitalny (w skrócie FTZ).

W przypadku FTZ możliwe jest obserwowanie gwiazd jedynie na niedużych odległościach zenitalnych.

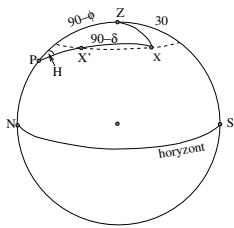
Astrolabię Danjona można obracać wokół osi azymutalnej, ale obserwacje wykonuje się zawsze na tym samym almukantaracie o odległości zenitalnej równej np.  $30^\circ$ , co skutecznie oddala niebezpieczeństwo zmiennego błędu ugięcia narzędzia.

Zasada obserwacji za pomocą astrolabii Danjona (1)



Astrolabia składa się z równobocznego szklanego pryzmatu ustawionego jednym bokiem prostopadle do horyzontu. W okularze narzędzia obserwowane są dwa obrazy tej samej gwiazdy, jeden bezpośredni po odbiciu od wewnętrznej dolnej płaszczyzny pryzmatu, drugi odbity od zwierciadła rątcowego i górnej płaszczyzny pryzmatu. Gdy odległość zenitalna gwiazdy wynosi  $30^\circ$  w okularze obserwujemy koincydencję obu obrazów.

Zasada obserwacji za pomocą astrolabii Danjona (2)



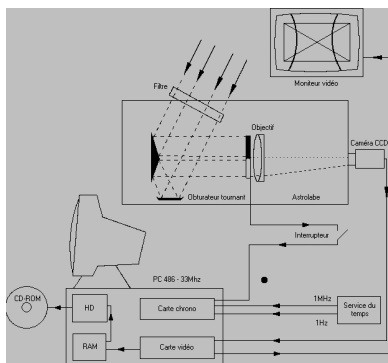
Gwiazda może być obserwowana za pomocą tego instrumentu tylko wtedy gdy w wyniku ruchu dobowego przechodzi przez almukantarat 60°.

Nakłada to na możliwe do obserwacji obiekty warunek  $\phi + 30^\circ > \delta > \phi - 30^\circ$ .

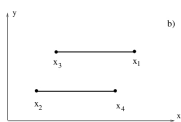
Gwiazda musi dokonać dwóch przejść przez almukantarat, jedno wschodnie drugie zachodnie względem południka obserwatora.

Średni moment czasu z dwóch momentów przejścia daje rektascensję gwiazdy; połowa interwału czasu pomiędzy przejściami daje kąt godzinny  $H$  odpowiadający odległości zenitalnej  $30^\circ$ .

Schemat astrolabii zautomatyzowanej



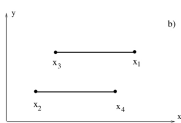
Fotograficzny teleskop zenitalny – zasada działania (2)



Podczas ekspozycji oprawa z kliszą jest przesuwana prostopadle do osi optycznej teleskopu. Przy czasach naświetlania kliszy od 10-20 sekund, technika ta pozwala na uzyskanie punktowych obrazów gwiazd. Rejestrowany jest również moment czasu odpowiadający środkowi interwału eksponowania kliszy.

Pełna obserwacja wymaga czterech ekspozycji. Po każdej ekspozycji, oprawa z kliszą obracane są o 180° i w rezultacie cztery obrazy danej gwiazdy tworzą na kliszy równoległobok, przykładowo pokazany na rysunku powyżej.

Fotograficzny teleskop zenitalny – zasada działania (4)



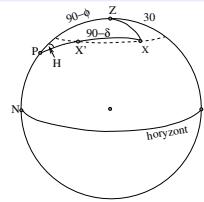
Ustalmy w dowolnym mmiejscu kliszy układ współrzędnych o osi  $x$  równoległej do odcinków  $X_1 X_3 \dots$ . Niech  $(x_i, y_i)$  będą współrzędnymi punktów  $X_i, i=1,2,3,4$ , a  $t_1, t_2, t_3, t_4$  będą momentami czterech ekspozycji gwiazdy.

Znając skalę kliszy (znany odległość  $X_1 X_3$  na kliszy oraz interwał  $(t_3 - t_1)$  odpowiadający ruchowi dobowemu od  $X_1$  do  $X_3$ ), możemy współrzędne w jednostkach liniowych zamienić w katowe.

Zauważmy, że  $y_1 = y_3, y_2 = y_4$ .

Zatem znając szerokość miejsca obserwacji możemy obliczyć deklinację gwiazdy.

Zasada obserwacji za pomocą astrolabii Danjona (3)



$X$  – obserwowana gwiazda. Z trójkąta  $PZX$ , ze wzoru cosinusów mamy

$$\cos z = \sqrt{3}/2 = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

Jeśli znana jest szerokość, dokonujemy podstawienia

$$\tan F = \cot \phi \cos H \quad (17)$$

co we wcześniejszym równaniu pozwala wyeliminować  $\cos H$

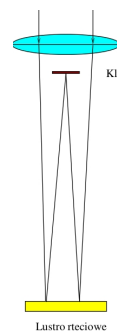
$$\sqrt{3}/2 = \sin \phi \sec F \sin(\delta + F)$$

Deklinację obliczymy jako

$$\delta = \arcsin(\sqrt{3}/2 \cos F \csc \phi) - F \quad (18)$$

Ze względu na niejednoznaczność funkcji arcsin, równanie to ma dwa rozwiązania. Na rysunku odpowiadają one położeniom oznaczonym przez  $X$  i  $X'$ . Zwykle nietrudno jest wybrać rozwiązanie właściwe.

Fotograficzny teleskop zenitalny – zasada działania (1)



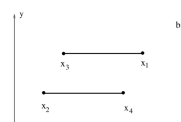
FTZ składa się z horizontalnej soczewki obiektywowej, z oprawy na klisze fotograficzne (umieszczonej tuż pod soczewką), oraz z ciekłego lustra rtęciowego.

Po odbiciu od lustra rtęciowego obraz gwiazdy rejestrowany jest na kliszy fotograficznej.

Ważną cechą tego narzędzia jest to, że na emulsji fotograficznej leży punkt węzłowy soczewki obiektywu. Zmieniając odległość powierzchni rtęci otrzymujemy na kliszy zogniskowane obrazy gwiazd.

Takie rozwiązanie doskonale eliminuje błędy ustawienia i kolimacji narzędzia.

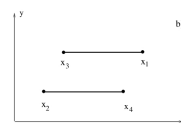
Fotograficzny teleskop zenitalny – zasada działania (3)



Gdyby kamery FTZ w czasie obserwacji nie obracano o 180°, pomijając niewielkie zakrzywienie, cztery obrazy leżałyby na linii prostej. Ze względu na obroty, jedynie odcinki  $X_1 X_3$  i  $X_2 X_4$  odzwierciedlają ruch dobowy sfery.

Przy obrocie kliszy dokładnie o kąt 180°, odcinki są do siebie równoległe. W czasie obracania FTZ, punkt zenitu  $Z$  na kliszy pozostaje nieruchomy. Jest on jednakowo odległy od odcinków  $X_1 X_3$  i  $X_2 X_4$ .

Fotograficzny teleskop zenitalny – zasada działania (5)



Niech  $(x_0, y_0)$  będą współrzędnymi obrazu zenitu  $Z$  miejsca obserwacji. Współrzędna  $x_0$  jest nieznaną ale  $y_0$  możemy wyznaczyć z formuły

$$y_0 = 0.5 (y_1 + y_4) = 0.5 (y_2 + y_3)$$

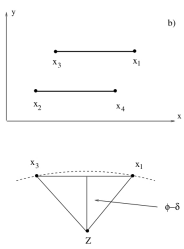
Odległość między równoległymi odcinkami  $X_1 X_3$  i  $X_2 X_4$  równa jest dwukrotnej odległości zenitalnej gwiazdy w momencie przejścia przez południk obserwatora, stąd

$$\phi - \delta = 0.5 (y_1 - y_4) = 0.5 (y_2 - y_3) \quad (19)$$

Zatem znając szerokość miejsca obserwacji możemy obliczyć deklinację gwiazdy.



Fotograficzny teleskop zenitalny – zasada działania (6)



Kąt godzinny gwiazdy w momencie  $t_1$  wynosi  $(x_0 - x_1)$  (pomijamy zakrzywienie śladu gwiazdy na kliszy), a w  $t_4$ , ze względu na odwrócenie kliszy wynosi  $(x_4 - x_0)$ .

A zatem w momencie  $0.5(t_1 + t_4)$  kąt godzinny jest równy  $0.5(x_4 - x_1)$ .

Wykorzystując wszystkie cztery obrazy gwiazdy, średni moment obserwacji wyliczamy jako

$$t_0 = 0.25 (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \quad (20)$$

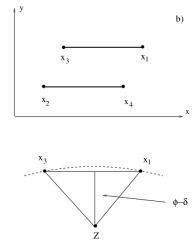
przy czym warto wyrazić go w czasie gwiazdowym.

Mimo, że są to narzędzia precyzyjniejsze, ani astrolabium Danjona, ani FTZ nie nadają się do wyznaczenia rektascensji i deklinacji dla większego, rozległego zbioru gwiazd.

Mogą one natomiast dokładnie powiązać położenia rozrzucone po całej sferze i wykryć błędy w katalogach fundamentalnych opracowanych w oparciu o obserwacje południkowe.

doskonale nadają się do wyznaczania zmian szerokości i czasu w miejscu obserwacji, nie tylko wynikających z ruchów bieguna ale także powodowanych nieregularnością ruchu wirowego Ziemi.

Fotograficzny teleskop zenitalny – zasada działania (7)



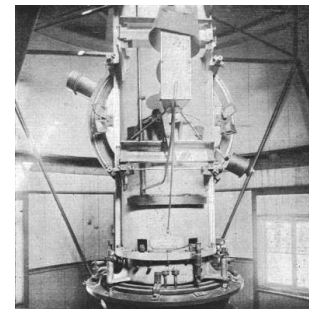
Odpowiadający momentowi  $t_0$  średni kąt godzinny wynosi

$$H_0 = 0.25(x_4 - x_1 + x_3 - x_2) \quad (21)$$

Rektascensję obserwowanej gwiazdy wyliczamy ze znanej formuły

$$\alpha = t_0 - H_0 \quad (22)$$

Ze względu na niewielkie odległości zenitalne największą zaletą FTZ jest zredukowanie do minimum wpływu refrakcji. Wadą natomiast jest niewielki zakres deklinacji gwiazd (mniej niż  $1^\circ$ ), jakie można tym narzędziem w danym miejscu obserwować.



Rysunek: Instrument przejściowy (Alt Azimuth Airyego) z Obserwatorium w Greenwich.

[<http://atschool.eduweb.co.uk/bookman/library/ROG/ROG08.HTM>]

Początek wykładu