Astronomia sferyczna
Wykład 4: REFRAKCJA ASTRONOMICZNA
Wpływ ziemskiej atmosfery na propagację promieniowania optycznego

Tadeusz Jan Jopek

Instytut Obserwatorium Astronomiczne, UAM

Semestr II

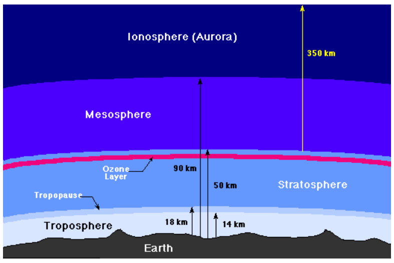
(Uaktualniono 2015.03.31)

Część I

Propagacja fal E-H w atmosferze Ziemi

Atmosfera Ziemi widziana z przestrzeni kosmicznej

Schematyczny przekrój atmosfery ziemskiej.



Skład chemiczny atmosfery

Tablica: Skład chemiczny atmosfery Ziemi

Składnik	Zawartość [%]
Azot (N_2)	78.084
Tlen (O_2)	20.946
Argon (Ar)	0.934
Para wodna (H_2O)	< 1
Dwutlenek węgla (CO_2)	0.038
Inne	0.002

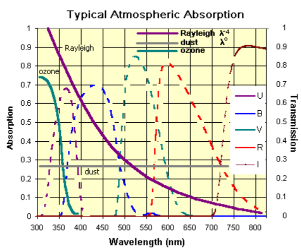
Ekstynkcja atmosferyczna = absorbcja (tłumienie) + rozpraszanie

Definicje

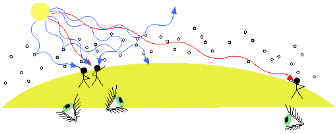
Ekstynkcja atmosferyczna to osłabienie natężenia promieniowania ciał niebieskich na skutek pochłaniania (absorbcji) i rozpraszania fotonów.
Trzy główne składowe ekstynkcji to:
- rozpraszanie Rayleigha przez molekuły atmosferyczne,
- rozpraszanie przez aerozole, pyły,
- absorbcja molekularna na molekułach tlenu, ozonu (silna absorbcja ultrafioletu) oraz na molekułach wody (silna absorbcja podczerwieni).

Wielkość ekstynkcji atmosferycznej zależy:
- od stanu atmosfery,
- od częstotliwości promieniowania,
- a także od wysokości obiektu nad horyzontem, najmniejsza ma miejsce w zenicie (0.3^m), największa w pobliżu horyzontu ($h = 20°$ jasność gwiazdy ulega osłabieniu o 0.9^m).

Ekstynkcja atmosferyczna – zależność od długości fali

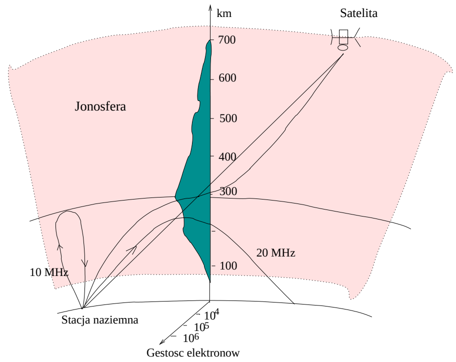


Rozpraszanie Rayleigha – wschód, zachód Słońca

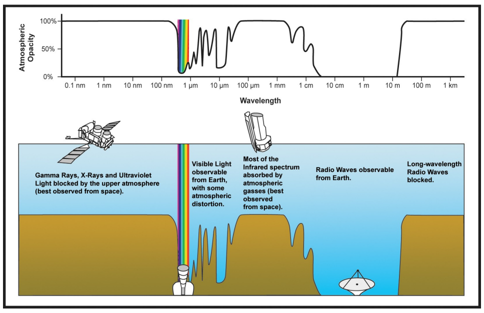


Do obserwatora po prawej stronie docierają niemal wyłącznie fotony o częstotliwościach odpowiadających czerwieni. Obserwator w lewej części rysunku oraz ten pośrodku odbierają więcej fotonów odpowiadających błękitowi.

Propagacja promieniowania E-H w jonosferzei troposferze



Ekstynkcja i refrakcja atmosferyczna – okna atmosferyczne



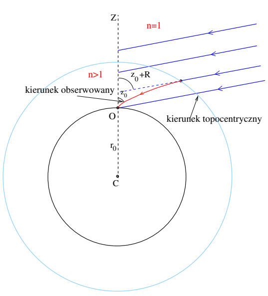
Ekstynkcja i rafrakcja nie są przyczyną tego szczególnego wrażenia

Część II

Refrakcja astronomiczna

Refrakcja astronomiczna

Refrakcja astronomiczna to zmiana kierunku propagacji promieniowania E-H w ziemskiej atmosferze.

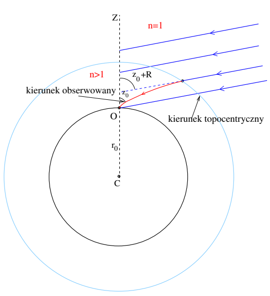


- Atmosfera ziemska jest ośrodkiem o zmiennym współczynniku załamania n,

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\mu\varepsilon}$$

  c prędkość światła w próżni, v prędkość światła w ośrodku, μ przenikalność magnetyczna ośrodka, ε przenikalność dielektryczna ośrodka,
- w takim ośrodku trajektoria promieniowania E-H jest linią krzywą,
- zakrzywienie przebiega w płaszczyźnie koła wertykalnego, co pociąga zmianę jedynie odległości zenitalnej obiektu.

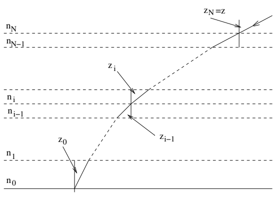
Miejsce obserwowane i topocentryczne.



Definicja

Współrzędne obserwowane z_0 to współrzędne zmierzone w miejscu obserwacji.
Jeśli usuniemy z nich wpływ refrakcji $(z_0 + R)$ uzyskamy współrzędne topocentryczne.

Refrakcja optyczna w modelu płaskiej atmosfery (1)



Założenia, przybliżenie

- w otoczeniu obserwatora atmosfera składa się z równoległych poziomych warstw o niewielkiej grubości,
- w i-tej warstwie $n_i = const$,
- na granicy dwóch warstw następuje zjawisko załamania zgodnie z prawami Snelliusa, z prawa drugiego mamy:

$$n_i \sin z_i = n_{i+1} \sin z_{i+1} \qquad (1)$$

A zatem

$$n_0 \sin z_0 = n_1 \sin z_1 = ...n_N \sin z_N = 1 \cdot \sin z$$
$$n_0 \sin z_0 = \sin z \qquad (2)$$

Ponieważ $n_0 > 1$ stąd $z_0 < z$.

Refrakcja optyczna w modelu płaskiej atmosfery (2)

Definicje

Definiujemy kąt refrakcji $R = z - z_0$. Z równania (2) otrzymamy:

$$\sin z = \sin z_0 \cos R + \cos z_0 \sin R = n_0 \sin z_0$$

Ponieważ kąt R jest mały, w przybliżeniu małych kątów mamy:

$$R = (n_0 - 1) \tan z_0 \qquad (3)$$

lub w sekundach łuku:

$$R'' = K \tan z_0 \qquad (4)$$

gdzie $K = 206265''(n_0 - 1)$. Dla warunków standardowych ciśnienia i temperatury ($P = 760$ mm Hg, $T = 0^\circ C$), $n_0 = 1.0002927$, wartość $K = 60.4''$ nazywana jest stałą refrakcji.

Dla dowolnych wartości P, T refrakcja R wynosi:

$$R = 60.4'' \cdot \frac{P/760}{1 + T/273} \tan z_0 \qquad (5)$$

Refrakcja optyczna w modelu płaskiej atmosfery (3)

Inne czynniki wpływające na wartość kąta refrakcji R :

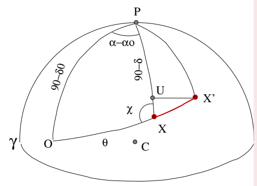
- zmiana chemicznego składu troposfery — jest to wpływ do pominięcia,
- zależność n_0 od λ długości fali światła ma większe znaczenie:

$$n_0 - 1 = 2.871 \cdot 10^{-4}(1 + 0.00567/\lambda^2)$$

Z taką postacią formuły na n_0 równanie (5) ma postać

$$R = 21.3'' \cdot \frac{P\,(1 + 0.0057/\lambda^2)}{273 + T} \tan z_0 \qquad (6)$$

Formuły na przyrost $d\alpha, d\delta$



Przypomnienie — wyprowadzenie (4)

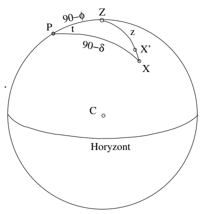
W celu wyeliminowania w .... kątów θ, χ, do $\triangle OPX$ stosujemy wzór sinusów i wzór pięcioelementowy

$$\sin\theta \sin\chi = \sin(90^\circ - \delta_0)\sin(\alpha - \alpha_0)$$
$$\sin\theta\cos\chi = \cos(90^\circ - \delta_0)\sin(90^\circ - \delta) - \sin(90^\circ - \delta_0)\cos(90^\circ - \delta)\cos(\alpha - \alpha_0)$$

a po podstawieniu prawych stron tych równań do ..., ostatecznie będzie:

$$d\alpha = k \sec\delta \cos\delta_0 \sin(\alpha - \alpha_0)$$
$$d\delta = k(\sin\delta\cos\delta_0\cos(\alpha - \alpha_0) - \cos\delta \sin\delta_0) \qquad (7)$$

Wpływ refrakcji na współrzęne równikowe α, δ.



Korzystamy z formuł na małe przesunięcie (Wykład 1!). Punktem o współrzędnych α_0, δ_0 jest zenit, stąd:

$$\alpha_0 = CG_M \qquad \delta_0 = \phi$$

Zatem $\alpha - \alpha_0 = -\mathcal{H} = -t$. Dla refrakcji:

$$d\theta = -R = -K\tan z_0 \approx -K \tan z$$

a zatem wobec $d\theta = k \sin\theta$ stała k wcale nie jest stałą, bowiem

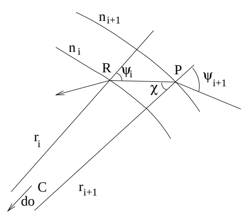
$$k = -K \sec z$$

Poprawki refrakcyjne w α, δ

Eliminując $\sec z$ za pomocą wzoru cosinusów, ostatecznie mamy:

$$d\alpha = \alpha' - \alpha = \frac{K\sec^2\delta \sin t}{\cos t + \tan\phi\tan\delta} \qquad d\delta = \delta' - \delta = K\frac{\tan\phi - \tan\delta\cos t}{\cos t + \tan\phi\tan\delta}$$

Refrakcja otpyczna: model atmosfery radialnie symetrycznej



Założenia

- atmosfera składa się z koncentrycznych kulistych warstw o niewielkiej grubości,
- w każdej warstwie $n_i = const$,
- na granicy dwóch kulistych warstw zgodnie z 2-gim prawem Snelliusa:

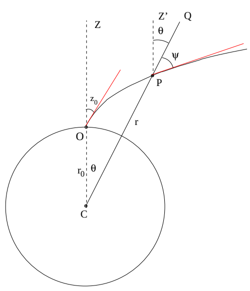
$$n_{i+1}\sin\psi_{i+1} = n_i \sin\chi$$

- a po wyeliminowaniu $\sin\chi$, mamy niezmiennik:

$$rn\sin\psi = r_0 n_0 \sin z_0 \qquad (8)$$

gdzie n_0 dotyczy warstwy w otoczeniu obserwatora.

Infinitezymalna zmiana refrakcyjna dz, całka refrakcji



Założenia

- w każdym punkcie trajektorii odległość zenitalna (względem pionu w O) wynosi:

$$z = \theta + \psi$$

- refrakcja mierzona jest zmianą kąta z, jego przyrost:

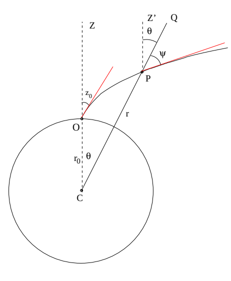
$$dz = d\theta + d\psi \qquad (9)$$

a całkowita zmiana:

$$R = \int_{z_0}^{z} dz \qquad (10)$$

- potrzebujemy dalszych równań wiążących ze sobą te 3 różniczki.

Trajektoria promieniowania E-H, równanie wiążące $d\psi, dr$



Założenia

- P — punkt na rzeczywistej trajektorii promieniowania OP,
- para (θ, r) — współrzędne punktu P.
- funkcja $\theta(r)$ opisuje trajektorię promieniowania.
- zmiany $d\theta, dr$ współrzędnych punktu P na trajektorii opisuje równanie:

$$\tan\psi = r\frac{d\theta}{dr} \qquad (11)$$

- za pomocą równań (11) i (9) mamy

$$dz = d\psi + d\theta = d\psi + dr\frac{\tan\psi}{r} \qquad (12)$$

Równanie wiążące przyrosty $dz, d\psi, d\theta$

Wyprowadzenie

- korzystamy z niezmiennika refrakcyjnego:

$$rn \sin\psi = r_0 n_0 \sin z_0 \tag{13}$$

- po zróżniczkowaniu:

$$dr \cdot n \sin\psi + dn \cdot r \sin\psi + d\psi \cdot rn \cos\psi = 0$$

- a po przekształceniu:

$$rn \cos\psi \left(d\psi + dr \frac{\tan\psi}{r}\right) = -dnr \sin\psi$$

- uwzględniając (12) otrzymujemy

$$dz = -dn \frac{\tan\psi}{n} \tag{14}$$

- równanie (14) jest elementarną refrakcją na dwóch nieskończenie cieńkich kulistych warstwach atmosfery.

Całka refrakcji

Wyprowadzenie

- całkowitą refrakcję R uzyskamy całkując (14), w którym za pomocą niezmiennika (13) wyeliminujemy $tan\psi$, mianowicie:

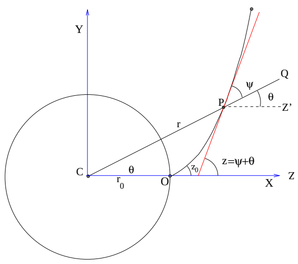
$$\begin{aligned} \sin\psi &= \frac{r_0 n_0}{rn} \sin z_0 \\ \cos\psi &= \left(1 - \frac{r_0^2 n_0^2}{r^2 n^2} \sin^2 z_0\right)^{1/2} \\ \tan\psi &= \frac{r_0 n_0 \sin z_0}{(r^2 n^2 - r_0^2 n_0^2 \sin^2 z_0)^{1/2}} \end{aligned} \tag{15}$$

- a kąt pełnej refrakcji wyraża się jako:

$$R = \int_{z_0}^{z} dz = r_0 n_0 \sin z_0 \int_1^{n_0} \frac{dn}{n(r^2 n^2 - r_0^2 n_0^2 \sin^2 z_0)^{1/2}} \tag{16}$$

równanie (16) nazywane jest całką refrakcji.

Dygresja 1: wyprowadzenie równania 11

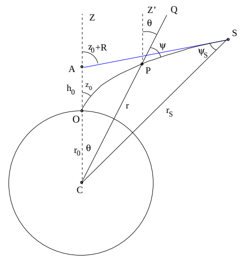


Wyprowadzenie

- równanie różniczkowe wiążące zmiany współrzędnych punktu P na trajektorii promieniowania:

$$\tan\psi = r \frac{d\theta}{dr} \tag{17}$$

Dygresja 2: refrakcja satelitarna.



Założenia

- punkt S położony jest w warstwie o $n_s = 1$,
- SA — asymptota trajektorii promieniowania,
- asymptota przecina kierunek na zenit Z na wysokości h_0

$$h_0 = r_0 \left[\frac{n_0 \sin z_0}{\sin(z_0 + R)} - 1\right] \tag{18}$$

- w obserwacjach ziemskich satelitów kąt refrakcji R odpowiada obserwatorowi w A a nie w O.

Zmiany współczynnika załamania z wysokością.

Tablica: Zmiany współczynnika załamania atmosfery i stałej refrakcji z wysokością h nad powierzchnią ziemi.

h wysokość (km)	Log (n-1)	K (")
0	-3.55	57.8
10	-4.03	19.2
20	-4.69	4.2
30	-5.38	0.85
40	-6.04	0.19
50	-6.63	0.05
100	-9.96	0.00002

Wpływ refrakcji silnie maleje z wysokością. Sugeruje to udokładnienie modelu płaskiej atmosfery przez włączenie doń wpływu pierwszego rzędu od zakrzywienia atmosfery.
W tym celu, w (16) podstawiamy $r = r_0 + h = r_0(1 + h/r_0)$, i rozwijamy w szereg promień r względem (h/r_0) pozostawiając wyrazy do pierwszego rzędu włącznie. Równanie (16) przejdzie w postać:

$$R = R_1 - R_2 + O(h^2/r_0^2) \tag{19}$$

Przybliżenie I-rzędu zakrzywionej atmosfery (1)

Całka R_1 ma postać

$$R_1 = n_0 \sin z_0 \int_1^{n_0} \frac{dn}{n(n^2 - n_0^2 \sin^2 z_0)^{1/2}} \tag{20}$$

i posiada rozwiązanie dokładne

$$R_1 = \left[-\arcsin\left(\frac{n_0 \sin z_0}{n}\right)\right]_1^{n_0} = \arcsin(n_0 \sin z_0) - z_0$$

lub w postaci równoważnej

$$\sin(z_0 + R_1) = n_0 \sin z_0$$

co odpowiada rozwiązaniu z modelu płaskiej atmosfery. Jeśli R_1 rozwiniemy w szereg względem $(n_0 - 1)$, zachowując wyrazy kwadratowe $(n_0 - 1)^2$ (nie uwzględnione w modelu płaskiej atmosfery) rozwinięcie uzyska postać

$$R_1 = (n_0 - 1)\tan z_0 + 0.5(n_0 - 1)^2 \tan^3 z_0 \tag{21}$$

Przybliżenie I-rzędu zakrzywionej atmosfery (2)

Całka R_2 ma postać

$$R_2 = \frac{n_0 \sin z_0}{r_0} \int_1^{n_0} \frac{hndn}{(n^2 - n_0^2 \sin^2 z_0)^{3/2}} \tag{22}$$

i nie posiada dokładnego rozwiązania.
Rozwiązaniem przybliżonym, pierwszego rzędu ze względu na potęgi $(n_0 - 1)$ jest wyrażenie:

$$R_2 = (n_0 - 1)\frac{H_0}{r_0} \tan z_0 \sec^2 z_0 \tag{23}$$

gdzie

$$H_0 = \frac{1}{\rho_0} \int_0^{\infty} \rho dh \tag{24}$$

nazywane jest wysokością jednorodnej atmosfery ($H_0 \approx 8km$).

Przybliżenie I-rzędu zakrzywionej atmosfery (3)

Łącząc równania (21) i (23) dostaniemy wyrażenie na całkowitą refrakcję w formie

$$R = A \tan z_0 + B \tan^3 z_0 + \cdots \tag{25}$$

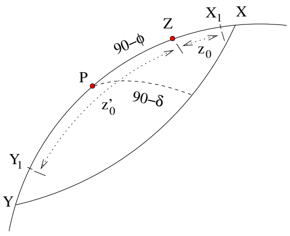
gdzie

$$\begin{aligned} A &= (n_0 - 1)(1 - H_0/r_0) \\ B &= -(n_0 - 1)(H_0/r_0 - 0.5(n_0 - 1)) \end{aligned} \tag{26}$$

Równanie (25) jest najpowszechniej stosowaną postacią prawa refrakcji.
Stałe A i B zależą od warunków atmosferycznych, wyznaczane są empiryczne.
Dla warunków standardowych równanie (25) ma postać

$$R = 60.29'' \tan z_0 - 0.06688'' \tan^3 z_0 \tag{27}$$

Wyznaczenie współczynników A i B (1)



Założenia

- ϕ szerokość geograficzna miejsca obserwacji,
- obserwowano kulminację górną X_1 i dolną Y_1 tej samej gwiazdy o deklinacji δ,
- X i Y położenia katalogowe (wolne od refrakcji) badanej gwiazdy.

- dla kulminacji górnej mamy

$$\phi - \delta = z_0 + A \tan z_0 + B \tan^3 z_0$$

- dla kulninacji dolnej bedzie

$$180^\circ - \phi - \delta = z'_0 + A \tan z'_0 + B \tan^3 z'_0$$

Wyznaczenie współczynników A i B (2)

- po eliminacji δ mamy

$$180^\circ - 2\phi = z'_0 - z_0 + A(\tan z'_0 - \tan z_0) + B \tan^3 z'_0 \qquad (28)$$

- wartości z_0 i z'_0 otrzymujemy z obserwacji. Dla trzech gwiazd łatwo wyznaczymy A, B, ϕ,
- w praktyce pomiarów wykonuje się znacznie więcej, a niewiadome A, B, ϕ wyznaczane są metodą najmniejszych kwadratów.

Rysunek: Potrójny wschód słońca. ©Jim Hoida.

[http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap060923.html]

Poczatek wykładu

Skład chemiczny troposfery

Tablica: Skład chemiczny troposfery.

Składnik	Zawartość [%]
Azot (N_2)	78.08
Tlen (O_2)	20.95
Argon (Ar)	0.93
Para wodna (H_2O)	1 ± .001
Dwutlenek węgla (CO_2)	0.03
Neon (Ne)	0.002
Hel (He)	0.0005

Powrót