Astronomia sferyczna
Wykład 3: ASTRONOMICZNE UKŁADY ODNIESIENIA
O koncepcjach układów odniesienia i trudnościach w ich realizacji

Tadeusz Jan Jopek

Instytut Obserwatorium Astronomiczne, UAM

Semestr II

(Uaktualniono 2015.03.08)

Część I

Wstęp

Koncepcja układu odniesienia (1).

- Astronomowie potrzebują czegoś więcej od układu współrzędnych, potrzebują układu odniesienia czyli układu współrzędnych uzupełnionego o pomiar czasu.
- W astronomii szczególną rolę pełnią dwie idealizowane koncepcje układów odniesienia:
  - niebieski układ odniesienia (CRS — celestial reference system),
  - ziemski układ odniesienia (TRS — terrestial reference system).
- Taka idealizacja jest pożyteczna i bez niej trudno wyobrazić sobie rozwój astronomii. Układy zgodne z tymi idealizacjami mają bardzo miłą własność — opis zjawisk fizycznych jest w nich wyraźnie prostszy. Np. w układach inercjalnych równania ruchu nie muszą zawierać jakichkolwiek wyrazów rotacyjnych lub reprezentujących niejednostajny ruch samego układu.

Koncepcja układu odniesienia (2).

- System odniesienia (reference system) —zbiór zaleceń i ustaleń plus opis modeli niezbędnych do zdefiniowania początku, metryki (skali), orientacji osi oraz ich zmienności w czasie.
- Układ odniesienia (reference frame). — praktyczna realizacja systemu odniesienia. Stanowią go wyznaczone z obserwacji wartości parametrów opisujących początek układu, metrykę, orientację osi oraz ich zmienność w czasie.
- Układ współrzędnych (coordinate system) — jednoznaczny sposób przyporządkowania wartości liczbowych (współrzędnych) określających położenie punktu względem danego układu odniesienia.

Koncepcja układu odniesienia (3).

Przykład definicji niebieskiego systemu odniesienia

- przestrzeń — trójwymiarowa,
- metryka — euklidesowa,
- początek — środek Słońca,
- osie — kartezjańskie,
- kierunki osi definiowane na epokę (ustalone w czasie) za pomocą płaszczyzny równika i kierunku do punktu równonocy wiosennej, (równik i punkt równonocy określono w oparciu o przyjęty newtonowski model Układu Słonecznego).

Koncepcja układu odniesienia (4).

Przykład realizacji niebieskiego systemu odniesienia

- realizacją systemu — układem odniesienia jest katalog fundamentalny,
- nowe obserwacje gwiazd opracowane (na wybraną epokę) z danymi z poprzednich katalogów fundamentalnych;
  w opracowaniu (kompilacji) wykorzystywano modele zgodne z definicją niebieskiego systemu odniesienia,
- Uzyskiwano tą drogą pozycje gwiazd (nowy katalog), kierunki osi układu kartezjańskiego oraz położenie początku układu.

Przykład realizacji niebieskiego systemu odniesienia

- pozycje gwiazd katalogu fundamentalnego można podać w różnych układach współrzędnych np.:
  - współrzędne równikowe ekwinokcjalne,
  - współrzędne równikowe godzinne,
  - współrzędne ekliptyczne,
  - współrzędne prostokątne jeśli znane są paralaksy (odległości).

Koncepcja układu odniesienia (5).

- Realizacja koncepcji układu odniesienia wymaga związania z nią pewnej fizycznej struktury — modelu takiej struktury,
- oznacza to, że zarówno wybrana koncepcja teoretyczna jak i skojarzony z nią model fizycznej struktury (stałe fizyczne, równania ruchu, etc ...) stanowią wykorzystywany w praktyce układ odniesienia,
- koncepcję układu jak i związaną z nią fizyczną strukturę można wybierać w różny sposób, dlatego astronomowie o układach odniesienia mówią jako o konwencjonalnych układach odniesienia.

Astronomiczne układy odniesienia

Mamy dwie definicje, które przynajmniej w ramach mechaniki klasycznej prowadzą do tej samej koncepcji nie obracającego się inercjalnego układu odniesienia:

Definicja dynamiczna

- układ inercjalny to układ, w którym obowiązują 1 i 2 zasada dynamiki Newtona,
- definicja oparta jest na równaniach ruchu ciał Układu Słonecznego (także sztucznych satelitów Ziemi), w których argumentem jest upływający jednostajnie czas dynamiczny.

Definicja kinematyczna

- układ inercjalny to układ, który nie podlega obrotom ani przyspieszeniom względem widzialnego Wszechświata (obiektów odległych od Układu Słonecznego),
- jest to układ statyczny, definiowany przez współrzędne punktów wzięte do jego realizacji.

Inercjalny układ odniesienia a mechanika klasyczna

Wybór układu inercjalnego ma ważne konsekwencje, bowiem:

Cechy układu inercjalnego (1)

- układu inercjalnego dotyczy zasada względności Galileusza: wszystkie układy inercjalne są sobie równoważne, transformacja wektora położenia **r** i czasu *t* dla tych układów ma postać

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{r}' + \mathbf{v} * t \\ t &= t' \end{aligned} \quad (1)$$

  gdzie: **v** — stały wektor predkości,
- co pociąga, że prawa ruchu mają identyczną postać we wszystkich układach inercjalnych, stąd, przynajmniej w tym sensie, nie istnieje wyróżniony układ inercjalny,
- zatem dowolny inercjalny układ odniesienia równie dobrze nadaje się do opisu całego Wszechświata.

Inercjalny układ odniesienia a ogólna teoria względności.

W ogólnej teorii względności układ inercjalny to układ współrzędnych swobodnie opadający, w sposób zależny od rozkładu mas w bezpośrednim sąsiedztwie punktu, w którym układ został zdefiniowany.

Cechy układu inercjalnego (2)

- Dlatego w przeciwieństwie do mechaniki klasycznej, relatywistyczny układ inercjalny jest układem lokalnym,
- gdy w ramach ogólnej teorii względności zastosujemy podejście kinematyczne, również prowadzi ono do układu inercjalnego o charakterze lokalnym.
- W ujęciu relatywistycznym przemiana współrzędnych z jednego miejsca do innego wymaga skomplikowanej transformacji i jest możliwa jedynie, gdy znany jest rozkład mas wszędzie tam gdzie przemiana współrzędnych jest realizowana.
- Ze względu na lokalny charakter, w ramach mechaniki relatywistycznej niekiedy mówimy o quasi-inercjalnym układzie odniesienia.

Inercjalny układ odniesienia a mechanika klasyczna i relatywistyczna

W mechanice klasycznej w inercjalnym systemie odniesienia geometria przestrzeni euklidesowej określona jest przez formę kwadratową:

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + g_{22}dx_2^2 + g_{33}dx_3^2 \quad (2)$$

gdzie:

- ds — interwał odpowiadający odległości pomiędzy dwoma nieskończenie bliskimi punktami w tej przestrzeni,
- (x_1, x_2, x_3) — kartezjańskie współrzędne punktów,
- $g_{ii} = 1, (i = 1, 2, 3)$ — współczynniki ustalające metrykę przestrzeni.

W stosunku do rzeczywistego Wszechświata koncepcja układu inercjalnego w ramach mechaniki klasycznej jest jedynie przybliżeniem.

Inercjalny układ odniesienia a mechanika klasyczna i relatywistyczna

W mechanice relatywistycznej (szczególnej) w inercjalnym systemie odniesienia geometria przestrzeni 4-wymiarowej określona jest przez formę kwadratową:

$$ds^2 = g_{00}dx_0^2 + g_{11}dx_1^2 + g_{22}dx_2^2 + g_{33}dx_3^2 \quad (3)$$

gdzie:

- ds — interwał odpowiadający odległości pomiędzy dwoma nieskończenie bliskimi punktami w tej przestrzeni,
- $(x_0 = ct, x_1, x_2, x_3)$ — współrzędne punktów w układzie kartezjańskim,
- $g_{ii} = 1, (i = 0, 1, 2, 3)$ — współczynniki metryki przestrzeni,
- c — szybkość swiatła w próżni,
- t— czas współrzędnych.

W stosunku do rzeczywistego Wszechświata koncepcja układu inercjalnego w ramach sczególnje teorii względności jest jedynie przybliżeniem.

System odniesienia (SO) a ogólna teoria względności (1)

W mechanice relatywistycznej (ogólnej) definicja SO musi odnosić się do systemu nieinercjalnego, w którym geometria 4-wymiarowej przestrzeni określona jest przez uogólnioną formę kwadratową:

$$ds^2 = \sum_{i=0}^{i=3}\sum_{k=0}^{k=3} g_{ik}dx_i dx_k \quad (4)$$

- ds — interwał odpowiadający (formalnie) odległości pomiędzy dwoma nieskończenie bliskimi punktami w tej przestrzeni,
- (x_1, x_2, x_3) — współrzędne przestrzenne, x_0 współrzędna czasowa,
- g_{ik} — współczynniki metryki przestrzeni; układ współrzędnych nie jest już układem kartezjańskim, jest układem krzywoliniowym bowiem ($g_{ik} \neq 0$) dla $i \neq k$,
- g_{ik} są składowymi tensora metrycznego, w pełni określają własności geometrii przestrzeni w dowolnym układzie krzywoliniowym,
- wartości współczynników g_{ik} są takie same w dowolnym układzie współrzędnych.

System odniesienia (SO) a ogólna teoria względności (OTW) (2)

- SO nieinercjalny jest równoważny systemowi inercjalnemu (SI) z pewnym polem sił.
- Ruch ciał niebieskich w nieinercjalnym SO ma własności takie jak w SI w obecności pola grawitacyjnego.
- W obecności pola grawitacyjnego czasoprzestrzeń jest przestrzenią zakrzywioną.
- Każde pole grawitacyjne powoduje zmianę metryki, zmianę współczynników g_{ik}.
- Własności geometryczne przestrzeni są więc określone przez zjawiska fizyczne — nie są niezmiennymi własnościami przestrzeni i czasu.
- W polu grawitacyjnym geometria przestrzeni staje się nieeuklidesowa, a w przypadku zmienności pola, metryka staje się zmienna w czasie. W rezultacie mamy zmienność w czasie odległości geometrycznych.
- Wszystko to ma silny wpływ na sposoby ujmowania systemu odniesienia, na relacje pomiędzy zdarzenniami w takiej przestrzeni.

System odniesienia (SO) a ogólna teoria względności (OTW) (3)

- W roku 1990 IAU poparła potrzebę zdefiniowania kilku SO ze współrzędnymi $(x_0 = ct, x_1, x_2, x_3)$ określonymi w ujęciu OTW.
- Dla danego zbioru mas (dowolnego) w układzie współrzednych o początku w barycentum tych mas, interwał ds między zdarzeniami ma być okrślony za pomocą

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2 = \sum_{i=0}^{i=3}\sum_{k=0}^{k=3} g_{ik}dx_i dx_k \quad (5)$$

  τ — czas własny (przwdziwy) danego punktu w przestrzeni, a współczynniki g_{ik} zdefiniowane są formułami:

$$\begin{aligned} g_{00} &= -1 + 2Uc^{-2} \\ g_{0k} &= g_{i0} = 0 \\ g_{ik} &= 1 + 2Uc^{-2} \end{aligned} \quad (6)$$

  U jest sumą potencjału grawitacyjnego danego zbioru mas oraz potencjału pływowego (znikającego w barycentrum), generowanego przez ciała zewnętrzne względem danego zbioru mas.

Międzynarodowy Ziemski układ odniesienia (ITRS).

Definicja układu ziemskiego ITRS

- początek układu leży w środku masy Ziemi,
- biegun układu leży w północnym rotacyjnym biegunie Ziemi,
- płaszczyzną odniesienia długości geograficznej jest płaszczyzna południka międzynarodowego (bliskiego dawnemu południkowi Greenwich),
- ITRS jest realizowany (materializowany) za pomocą pewnej liczby punktów na powierzchni Ziemi, ich położeń i ruchów,
- analogiczny układ zwiazany z południkiem o długości λ uzyskamy za pomocą transformacji:

$$\mathbf{s}_\lambda = \mathbf{r}_{(}\lambda) \cdot \mathbf{s}$$

gdzie $\mathbf{s}_\lambda, \mathbf{s}$ — wersory w układzie lokalnym i międzynarodowym.

Międzynarodowy niebieski układ odniesienia (ICRS) (1).

Definicja układu niebieskiego ICRS

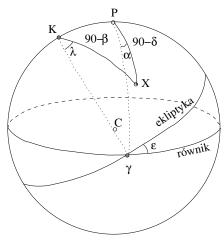
- początek układu leży w barycentrum Układu Słonecznego,
- biegun układu leży w północnym średnim biegunie świata,
- płaszczyzną odniesienia rektascensji jest płaszczyzna południka średniego punktu równonocy,
- ICRS był realizowany w sposób dynamiczny, poprzez wybór wartości fundamentalnych parametrów takich jak: masy planet, księżyców, warunków początkowych ich ruchu, oraz przez wybór innych stałych jak: stałe precesji i nutacji stała aberacji, etc. Ostatni dynamiczny układ odniesienia określono w taki sposób w roku 1976 kiedy to MUA opublikowała zbiór nowych stałych astronomicznych,
- obecnie ICRS realizowany jest kinematycznie, w taki sposób by jego podstawowa płaszczyzna leżała możliwie blisko średniego równika epoki J2000.0, a początek rachuby rektascensji (CEO - celestial ephemeris origin) leżał możliwie blisko płaszczyzny dynamicznej równonocy J2000.0.

Międzynarodowy niebieski układ odniesienia (ICRS) (2).

Realizacja układu niebieskiego ICRS (1)

- zarówno w podejściu dynamicznym jak i kinematycznym, realizacja układu odniesienia polega na ustaleniu w tym układzie współrzędnych, pewnej liczby punktów oporowych. Rezultatem jest katalog położeń i ruchów tych punktów i to ON stanowi układ odniesienia,
- w podejściu dynamicznym za pomocą numerycznej teorii ruchu planet obliczano położenia planet, i wzgledem nich wyznaczano pozycje gwiazd oporowych definiowanego układu.
- w taki sposób powstawały tzw. katalogi fundamentalne FK3, FK4 i ostatni FK5 zawierajacy 1535 gwiazd, ich położenia podano z precyzją do 0.08″, a ruchy własne z precyzją rzędu 0.001″/*rok*.
- podejście kinematyczne nie wymaga tak złożonego modelowania i podobnie, układ odniesienia jest zrealizowany poprzez opublikowanie katalogu pozycyjnego 212 kwazarów i pozagalaktycznych radioźródeł, zbudowanego w oparciu o radiowe obserwacje VLBI.

ICRS, ITRS — gdzie tkwią (tkwiły) trudności w ich realizacji



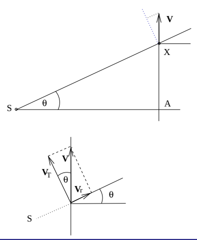
- Układ odniesienia wymaga ustalenia podstawowych kierunków, płaszczyzn, punktów; w przypadku ICRS są nimi biegun świata *P* i biegun ekliptyki *K* oraz początek *C* układu współrzędnych.
- Położenie biegunów *P* i *K* ustalone jest poprzez obserwacje ciał niebieskich np. gwiazdy *X*,
- gdyby punkty *P*, *K*, *X*, *C* pozostawały nieruchome, realizacja układu nie byłaby trudna, a precyzja realizacji byłaby pochodną jedynie precyzji obserwacji,

- w rzeczywistości jest inaczej, zarówno bieguny *P*, *K* jak i gwiazda *X* przemieszczają się na sferze względem poruszającego się obserwatora *C*. Zmiany położeń punktów *P*, *K*, *X* są efektem ruchu obserwatora, rotacji osi układu jak i ruchu własnego.

Część II

Źródła trudności w realizacji układu ICRS

Ruch własny gwiazd (1).

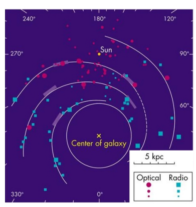


Definicja

Ruch własny to roczna zmiana położenia na sferze wywołana składową $\mathbf{V}_T$ wektora prędkości gwiazdy *X* względem Słońca *S*.

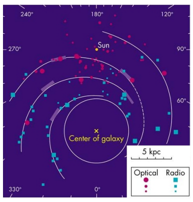
- Gwiazdy poruszają się tzw ruchem własnym co na rysunku ujawniłoby się niewielkim przemieszczeniem punktu *X* w jakimś kierunku,
- w ciągu roku zmiany położeń rzadko przekraczają 1″, zależnie od prędkości gwiazdy a zwłaszcza jej odległości od Słońca,
- ruchy własne zwykle wyznaczane są na sferze heliocentrycznej, dlatego tkwi w nich prędkość własna Słońca,
- przypadkowo zorientowane ruchy własne wyznaczane są z obserwacji łącznie z systematycznymi zmianami precesyjnymi.

Ruch własny gwiazd (2).



- Słońce jak się uważa, znajduje się 10 kpc od środka Galaktyki, pełnego obiegu centrum dokonuje w $250 \cdot 10^6$ lat,
- gdyby Galaktyka obracała się jak sztywny dysk, nie obserwowalibyśmy ruchów własnych gwiazd,
- prędkość rotacji (kątowa) Galaktyki zmienia się wraz z odległością od centrum, co wywiera systematyczny wpływ na ruchy własne gwiazd,
- dlatego ruch gwiazd obserwowanych ze Słońca należy opisywać jako różnicową rotację a nie rotację sztywnej całości.

Ruch własny gwiazd (3).

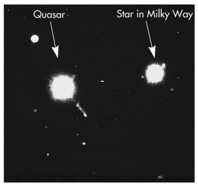


- różnicowa rotacja galaktyczna wywołuje ruch własny gwiazdy w płaszczyźnie Galaktyki dany formułą:

$$\mu \propto A \cdot \cos(2 \cdot l) + B \tag{7}$$

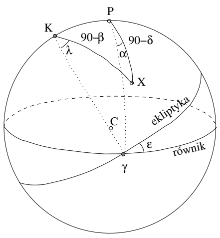
gdzie l jest długością galaktyczną, A, B są stałymi Oorta. Ruch ten nie zależy odległości i powoduje wzrost długości galaktycznej,
- zatem każda gwiazda należąca do Galaktyki wykazuje pewien ruch własny,
- stąd statystyczne założenie, że gwiazdy słabe, znajdujące się daleko od Słońca mają znikomy ruch własny nie jest uzasadnione. Dlatego, bez dodatkowych poprawek, słabe gwiazdy NIE nadają się do definicji dobrego układu odniesienia.

Rozwiązanie problemu: obiekty pozagalaktyczne.



- Definicja inercjalnego układu odniesienia wymaga obserwacji obiektów położonych poza Galaktyką,
- nie nadają się do tego celu inne galaktyki, ich obrazy na ramkach CCD nie są punktami,
- ale doskonale nadają się odkryte około 50-60 lat temu kwazary (powszechnie uważane za bardzo odległe jądra galaktyczne), które nie wykazują mierzalnych ruchów tangencjalnych,
- ponadto, wiele kwazarów okazało się być emiterami promieniowania radiowego, zatem ich położenia dają się ugruntować wyjątkowo precyzyjnymi technikami radioastrometrycznymi.

Przyśpieszenia początku układu współrzędnych(1)



- Ruchy własne gwiazd (X) utrudniają realizację precyzyjnego układu odniesienia,
- innego rodzaju trudności wynikają z przyspieszonego ruchu samego obserwatora C,
- np. obserwacji komety uzyskanych z powierzchni Ziemi, a więc w układzie poruszającym się ruchem przyspieszonym, nie możemy bezpośrednio wykorzystać do budowania teorii ruchu heliocentrycznego komety.

Przyspieszenia początku układu współrzędnych(2)

- ruch wirowy Ziemi

$$\begin{aligned} r_w &= 6378140 \; [m] \\ T_w &= 86400 \; [s] \\ a_w &= r_w \cdot \left(\frac{2\pi}{T_w}\right)^2 \\ &\approx 4 \cdot 10^{-2} \; [m/s^2] \end{aligned} \tag{8}$$

r_w średni równikowy promień i T okres wirowania Ziemi.

- ruch orbitalny Ziemi

$$\begin{aligned} r_o &= 150 \cdot 10^6 \; [m] \\ T_o &= 365.25 * 86400 \; [s] \\ a_o &\approx 6 \cdot 10^{-6} \; [m/s^2] \end{aligned} \tag{9}$$

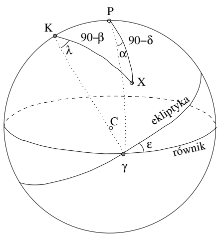
r_o średni promień orbity Ziemi, T_o okres orbitalny Ziemi.

- ruch barycentrum Układu Słonecznego

$$\begin{aligned} r_g &= 10^4 \; [pc] \\ T_g &= 2.5 \cdot 10^8 \; [lat] \\ a_g &\approx 2 \cdot 10^{-10} \; [m/s^2] \end{aligned} \tag{10}$$

r_g odległość barycentrum Układu Słonecznego od środka Galaktyki, T_g okres galaktyczny barycentrum.

Ruch przyspieszony układu ICRS

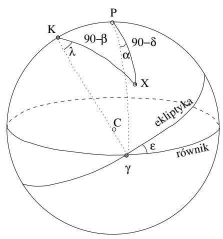


- Przyspieszenie $a \approx 2 \cdot 10^{-10} \; [m/s^2]$ powoduje niewykrywalne (obecnie) zmiany pozycyjne ciał niebieskich,
- w ciągu stulecia zmiana szybkości w ruchu ciała z takim przyśpieszeniem wynosi mniej niż 1 $[m/s]$.
- Dlatego układ odniesienia o początku w barycentrum Układu Słonecznego można przyjąć jako dobrą realizację układu inercjalnego.
- Uwaga! Środek Słońca NIE nadaje sie do tego celu, bowiem przemieszcza się wokół barycentrum w zmiennej odległości rzędu 10^6 $[m]$. Dlatego trzeba wyraźnie odróżniać sferę barycentryczną od sfery heliocentrycznej.

Część III

Związki ICRS i ITRS

Zmiany współrzędnych ciał niebieskich.

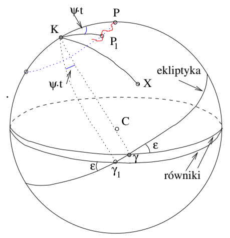


Definicje

W oparciu o bieguny świata P i ekliptyki K wyznaczamy współrzędne gwiazdy X. Współrzędne te zmieniają się:

- w wyniku przemieszczenia punktu P, zwanego precesją luni-solarną i nutacją,
- w wyniku przemieszczenia punktu K zwanego precesją planetarną,
- w rezultacie przemieszczenia samej gwiazdy X — ruch własny,
- w efekcie ruchu początku C układu współrzędnych: paralaksy, aberracje.

Precesja luni-solarna i nutacja

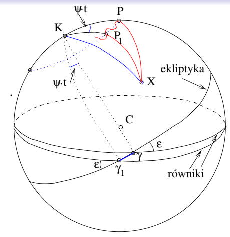


Definicje

- Rzeczywisty ruch bieguna świata z P do P_1 odbywa się po trajektorii nieregularnej,
- tradycyjnie rozdzielamy go na część regularną tzw. precesją luni-solarną, w rezultacie której P przemieszcza się po równoleżniku w tempie $50''$ sin ε na rok, a sprzężony z nim punkt równonocy Υ porusza się ruchem wstecznym po ekliptyce w tempie $50''$ na rok,
- oraz na składową o skomplikowanym charakterze wahań, zwaną nutacją zmieniającą położenia bieguna P względem trajektorii regularnej do $15''$.

Uwaga!. W przeciwieństwie do przemieszczenia precesyjnego, przemieszczenie nutacyjne nie kumuluje się w miarę upływu czasu.

Wpływ precesji L-S na współrzędne ekliptyczne gwiazd.



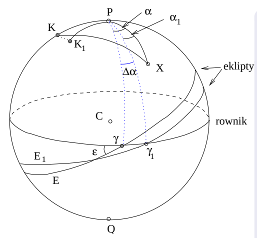
Definicja

$\psi = 50''/rok$ jest stałą precesji w długości ekliptycznej.

- w rezultacie zmian w położeniu bieguna świata P oraz punktu Υ zmienia się rektascensja i deklinacja gwiazdy,
- precesja L-S nie zmienia położenia bieguna ekliptyki K, a zatem nie wpływa na szerokość ekliptyczną obiektu,
- o tą samą wartość $\Delta\lambda = \psi \cdot t$ wzrosną natomiast długości ekliptyczne gwiazd,
- jeśli λ, β są współrzędnymi gwiazdy X względem punktów K, Υ, to po upływie t lat, współrzędnymi gwiazdy X będą:

$$\lambda_1 = \lambda + \psi \cdot t$$
$$\beta_1 = \beta$$

Precesja planetarna; wpływ na współrzędne równikowe.



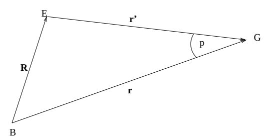
- W efekcie precesji planetarnej biegun ekliptyki przemieszcza się z K do K_1, a punkt Υ przemierza równik ruchem prostym w tempie $0.1''$ rocznie; w wyniku zmieniają się współrzędne ekliptyczne obiektów,
- precesja planetarna nie wpływa na położenie bieguna P, nie powoduje zmian w deklinacji; jedynie o tą samą wartość $\Delta\alpha = \lambda' \cdot t$ umniejsza rektascensje gwiazd,
- jeśli α, δ są współrzędnymi gwiazdy X względem punktów P, γ, to po upływie t lat, współrzędnymi gwiazdy X będą:

$$\alpha_1 = \alpha - \lambda' \cdot t \qquad \delta_1 = \delta$$

Definicja

$\lambda' = 0.1''/rok$ jest stałą precesji planetarnej.

Przemieszczenie paralaktyczne (1)



Definicja

Paralaksą nazywamy kąt p pod jakim z obiektu G obserwowany jest wektor EB.

- względem układu inercjalnego o początku w B obserwator E oraz obiekt G pozostają nieruchome,
- przemieszczenie paralaktyczne obiektu G ma miejsce w wyniku zmiany miejsca obserwacji E na B,
- towarzyszy mu zmiana kierunku do obiektu G z opisanego wektorem $\mathbf{r}'$ na kierunek opisany wektorem $\mathbf{r}$:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{R} \qquad (11)$$

gdzie $\mathbf{R}$ jest wektorem położenia E względem B.

Przemieszczenie paralaktyczne (2)

Formuły przybliżone

- podstawiając do (11) długości r, r', R oraz wersory $\mathbf{s}, \mathbf{s}', \mathbf{s_o}$, mamy:

$$\mathbf{s}' = \frac{\mathrm{r}}{\mathrm{r}'}\,\mathbf{s} - \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{r}'}\,\mathbf{s_o}$$

- równanie to mnożymy dwukrotnie wektorowo przez $\mathbf{s}$,

$$\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{s}') = \mathbf{s} \times \left(\mathbf{s} \times \left(\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{r}'}\,\mathbf{s} - \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{r}'}\,\mathbf{s_o}\right)\right)$$

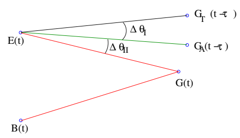
- korzystamy z tożsamości wektorowych [a], zakładamy, że $R \ll r$, czyli podstawiamy $r = r'$ oraz $\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}' = \mathbf{1}$; w rezultacie uzyskamy przybliżony wzór na przesunięcie paralaktyczne:

$$d\mathbf{s} = \mathbf{s}' - \mathbf{s} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{r}}\,\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{s_o}) \qquad (12)$$

co przypomina formułę na małe przesunięcie na sferze (patrz wykład 1).

[a] $$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

Przemieszczenia aberracyjne (1)

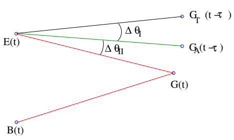


- obserwator E oraz obiekt G poruszają się względem układu inercjalnego o początku w B,
- w momencie obserwacji t obserwator stwierdza, że foton wyemitowany z G dociera doń z kierunku topocentrycznego EG_T.

Definicje

- Różnica między kierunkiem topocentrycznym i geometrycznym $EG(t)$ określona jest przez dwie poprawki:
  - I- składnik $\Delta\theta_I$ — efekt ruchu obserwatora, tzw. zjawisko aberracji promieniowania,
  - II- $\Delta\theta_{II}$ — efekt przemieszczenia obiektu w czasie potrzebnym na przebycie przez foton drogi od G_A do E, tzw. poprawka na czas propagacji τ.

Przemieszczenia aberracyjne (2)



Definicje

- Gdy obiekt G jest gwiazdą w poprawce

$$\Delta\theta = \Delta\theta_I$$

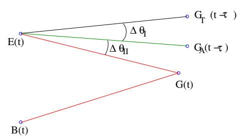
uwzględniamy tylko pierwszy składnik, taka poprawka nosi miano aberracji gwiazdowej rocznej, dobowej, ...,

- dla obiektów Układu Słonecznego uwzględnianie są obie przyczyny, a poprawka

$$\Delta\theta = \Delta\theta_I + \Delta\theta_{II}$$

nazywana jest aberracją planetarną.

Przemieszczenie aberracyjne (3).

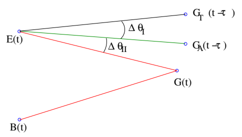


Definicja

- Obserwowane kierunki do ciał niebieskich poprawione jedynie na $\Delta\theta_I$ oraz kierunki geometryczne (np. efemerydy planet) poprawione na $\Delta\theta_{II}$ nazywane są kierunkami (miejscami) astrometrycznymi,
- miejsce astrometryczne G_A odpowiada kierunkowi propagacji fotonu opuszczającego obiekt G w momencie $t - \tau$, obserwowanemu w chwili t przez nieruchomego obserwatora E.

Uwaga! Miejsce astrometryczne G_A jest miejscem geometrycznym na moment $t - \tau$ dla obserwatora nieruchomego np znajdującego się w B.

Poprawka na aberrację gwiazdową (podejście klasyczne).



- Foton obserwowany w B w chwili t ma prędkość $\mathbf{u} = -c\mathbf{s_A}$. Względem B obserwator E ma predkość $\mathbf{V} = V\mathbf{n}$
- w chwili t, E obserwuje foton poruszający się z $\mathbf{u}' = -c_T\mathbf{s_T}$ ($c \neq c_T$ podejście klasyczne!)
- ponieważ $\mathbf{u} = \mathbf{V} + \mathbf{u}'$, mamy:

$$c_T\mathbf{s_T} = c\mathbf{s_A} + V\mathbf{n} \qquad (13)$$

- mnożymy (13) dwukrotnie wektorowo przez $\mathbf{s_A}$, a skoro $V \ll c$, to mamy $c_T \approx c$ oraz $\mathbf{s_T} \cdot \mathbf{s_A} \approx \mathbf{1}$. W rezultacie uzyskamy przybliżenie:

$$d\mathbf{s} = \mathbf{s_T} - \mathbf{s_A} = -\frac{V}{c}\,\mathbf{s_A} \times (\mathbf{s_A} \times \mathbf{n}) \qquad (14)$$

Wyznaczona aberracja gwiazdowa jest dokładna do wyrazów rzędu $\frac{V}{c}$.

Poprawka na paralaksę i aberrację promieniowania.

- Całkowity wpływ przemieszczenia początku z punktu B do ruchomego punktu E otrzymamy sumując równania (12) i (14).
Gwarantuje to jedynie dokładność pierwszego rzędu ze względu na $\frac{R}{r}$ i $\frac{V}{c}$, co dla wielu zastosowań jest wystarczające. Przy tej dokładności, $\mathbf{s_A}$ w prawej stronie (14) może być zastąpione przez $\mathbf{s}$, i wówczas:

$$\mathbf{s_T} - \mathbf{s} = \frac{R}{r}\,\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{s_R}) - \frac{V}{c}\,\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{n}) \qquad (15)$$

gdzie: $\mathbf{s_T}$ jest kierunkiem topocentrycznym w E w momencie t, $\mathbf{s_A} \approx \mathbf{s}$ jest geometrycznym kierunkiem obiektu względem B w chwili $(t - \tau)$. Przemieszczenie początku układu z B do E wynosi $R\,\mathbf{s}_R$, a prędkość obserwatora E względem B jest równa $V\mathbf{n}$.
- Jeżeli wymagana jest duża dokładność, paralaksę trzeba uwzględniać za pomocą dokładnej formuły (11).
Chcąc podwyższyć dokładność opisu przesunięcia aberracyjnego należy zastosować aparat szczególnej teorii względności.

32 m radioteleskop w Toruniu.
©Fot. S. Krawczyk.

Instrument jest częścią europejskiej i ogolnoświatowej sieci interferometrycznej VLBI.

[http://www.astro.uni.torun.pl/PL/rt4.html]

Początek wykładu